REGIONE TOSCANA

Laboratori del Sapere Scientifico

Iniziativa realizzata con il contributo della Regione Toscana nell'ambito del progetto

Rete Scuole LSS

a.s. 2017/2018

Liceo Statale "C. Lorenzini"
Classico, Linguistico, Scientifico, Scienze umane
Pescia (PT)

un'ipotesi didattica:
dal rendimento delle macchine termiche a un modello di interpretazione statistica dell'entropia

a.s. 2017-2018

collocazione del percorso effettuato nel curricolo verticale

il percorso è stato svolto nelle classi quarte del liceo scientifico, ordinario e delle scienze applicate, dopo aver affrontato la teoria cinetica dei gas e il primo principio della termodinamica

gli argomenti sono stati introdotti in parte seguendo lo sviluppo storico degli avvenimenti che hanno condotto alla scoperta e all'applicazione delle macchine a vapore e successivamente alla formulazione del secondo principio della termodinamica

obiettivi essenziali di apprendimento

obiettivi del percorso sono:

- far acquisire i concetti fondamentali relativi al secondo principio della termodinamica con particolare attenzione all'evoluzione storica che inizia con la realizzazione e l'utilizzo delle prime macchine termiche

- evidenziare l'interpretazione statistica della grandezza entropia utilizzando un modello semplificato del solido di Einstein

elementi salienti dell'approccio metodologico

- il percorso si propone di affrontare, in termini almeno parzialmente nuovi, la parte del corso di fisica che spesso non viene, a nostro parere, sufficientemente approfondita
- il percorso nasce da una costante interazione fra argomenti – obiettivo proposti dall'insegnante e il lavoro di predisposizione e presentazione di contenuti e di elaborazione concettuale che ha visto protagonisti gli allievi
- nel seguito quando si usa il titolo «argomento – obiettivo» si intende indicare i contenuti di un lavoro su cui si è chiesto agli studenti di riflettere, discutere, documentare, sintetizzare sia nel contesto della classe sia nel lavoro a casa
- il titolo «progressione partecipata della costruzione dei concetti» indica una fase particolarmente lenta, in cui è stata prevalente la discussione fra gli allievi e il loro contributo all'ampliamento delle conoscenze
- il titolo «intervento orientato dall'insegnante» indica una fase del percorso in cui è stata prevalente la regia dell'insegnante nel guidare la classe verso l'apprendimento di specifici nodi concettuali o strumenti operativi

materiali, apparecchi e strumenti utilizzati

- P. Marazzini, M. E. Bergamaschini, L. Mazzoni *FENOMENI, LEGGI, ESPERIMENTI Meccanica - Termodinamica* Vol. C ed. Minerva Scuola
- per il modello di solido di Einstein
  - Tom Duncan *Advanced Physics*
- per le macchine termiche di Savery, Newcomen e Watt:
  - https://digilander.libero.it/calchic/primeapplic/savery.html
  - https://digilander.libero.it/calchic/primeapplic/newcomen.html
  - https://www.youtube.com/watch?v=whuIVUIVWig
- per gli articoli originali di Carnot e Clausius
  - http://www.ceredaclaudio.it/scienza/corsofisica/ce0305tesecondoprincipio.pdf

  [per quanto riguarda gli articoli tratti da "*Le reflexions sur la puissance motrice du feu*" di Sadi Carnot, e da "Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie" (Trattato sulla teoria meccanica del calore) di Clausius]
- per i video tratti da "L'illusione del tempo« di Brian Greene:
  - https://www.youtube.com/watch?v=T11oXSPgYec
- software per costruire grafici (geogebra)
- Ai ragazzi è stato consegnato per una lettura estiva e un successivo approfondimento all'inizio dell'anno prossimo un capitolo del libro «*Le cinque equazioni che hanno cambiato il mondo*» di Michael Guillem ed Longanesi, che in forma narrativa ripercorre il lavoro di Rudolf Clausius per giungere al principio $\Delta S_{Univ} \geq 0$

ambienti di lavoro in cui è stato sviluppato il percorso

- aula scolastica
- laboratorio di fisica
- aula multimediale
- a casa

tempi impiegati

- per la messa a punto preliminare nel gruppo LSS: 10 ore
- la progettazione specifica nella classe: 8 ore
- tempo-scuola di sviluppo del percorso: 24 ore

altre informazioni

- il percorso documentato, con gli opportuni richiami e collegamenti non tutti di seguito riportati, ha impegnato la classe per circa un terzo del corso di fisica dell'anno scolastico, sia dal punto di vista delle ore dedicate, che dal punto di vista della qualità dell'impegno richiesto agli alunni in classe e nel lavoro a casa. Consapevoli della complessità dell'argomento proposto, in futuro il percorso didattico potrà essere organizzato su due o 3 moduli, logicamente connessi, documentabili separatamente anche in modo più approfondito. Per il lavoro di quest'anno 2017/18 si è scelto comunque di documentare l'intero percorso per rispettarne la logica didattica ed epistemologica.
- sono state evidenziate in rosso le parti che sintetizzano i contenuti degli interventi degli studenti

descrizione sintetica dell’attività

nel “percorso” proposto sono stati sviluppati come contenuti portanti:

- le prime macchine termiche
- il problema del rendimento delle macchine termiche
- un’ introduzione al secondo principio della termodinamica
- un'introduzione all’entropia come funzione di stato
- un’introduzione all’interpretazione statistica dell’entropia

argomento – obiettivo (1)

gli studenti sono stati invitati a cercare a casa materiale su internet relativo alle prime macchine termiche di Savery (1695) in fig. 1, Newcomen (1705) in fig. 2 e Watt (1763) in fig. 3

nella lezione successiva, in aula multimediale gli studenti hanno poi mostrato alla classe, con l’ausilio della LIM, il materiale trovato, utilizzando anche animazioni

fig. 1

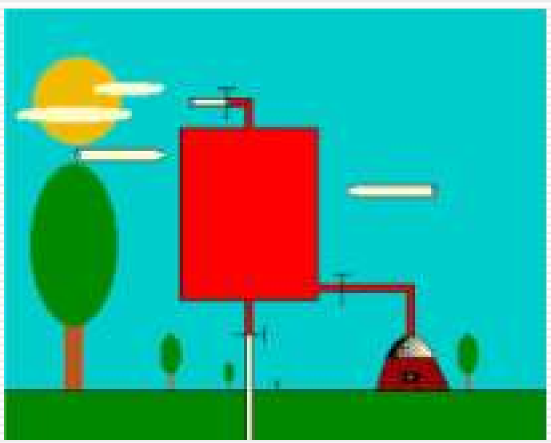


fig. 2

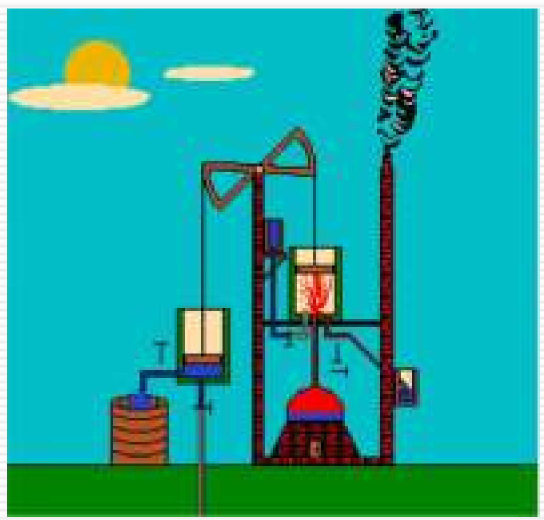
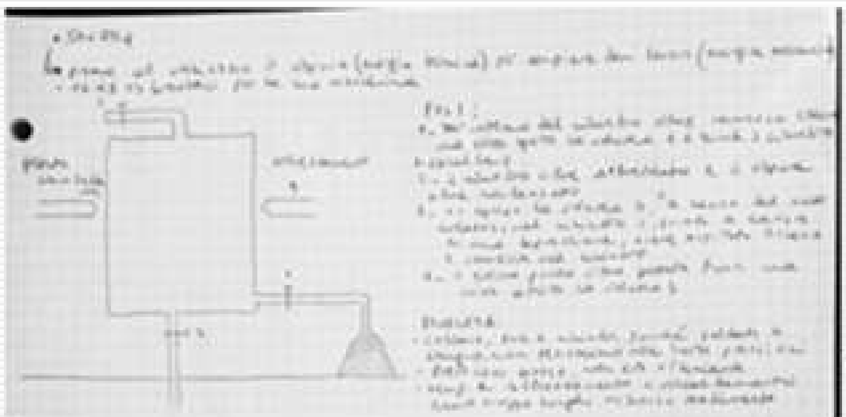
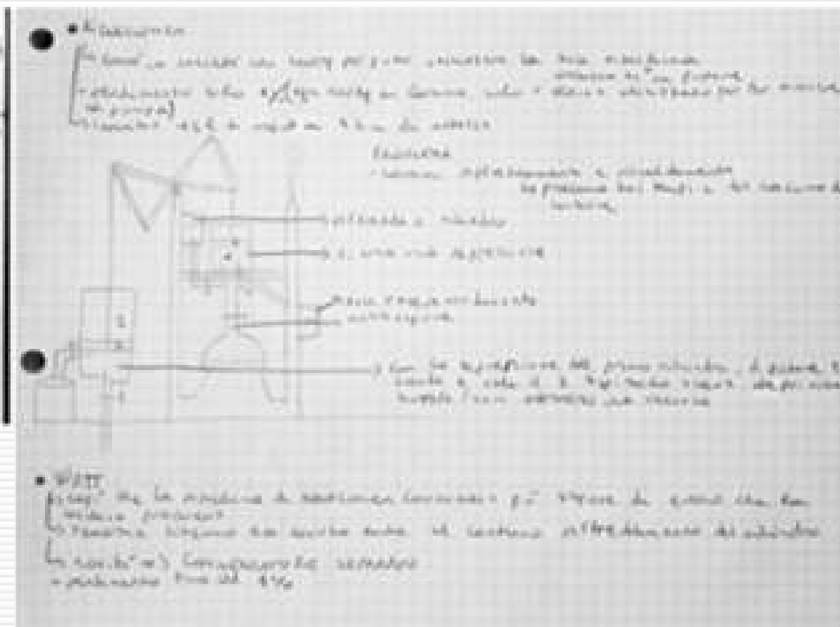


fig. 3

progressione partecipata della costruzione dei concetti (1)

gli studenti sono stati invitati a mettere in evidenza i problemi presentati da ciascuna macchina e come questi sono stati affrontati e in parte risolti nelle versioni successive





argomento – obiettivo (2)

l’insegnante ha proposto di analizzare le conseguenze delle applicazioni industriali e civili di queste macchine:

le conclusioni sono state:

- la ricerca di macchine sempre più efficienti (la macchina di Watt era otto volte più efficiente della macchina di Savery)

- l’approfondimento teorico della natura del calore: Sadi Carnot pubblicò nel 1824 un libretto dal titolo "*Le reflexions sur la puissance motrice du feu*", da cui sono stati tratti i tre documenti che seguono

primo documento letto in classe

"Lo studio di queste macchine è di estremo interesse, la loro importanza immensa, il loro impiego in crescita continua. Esse sembrano destinate a produrre **una grande rivoluzione nel mondo civile**.[…]

Ma è plausibile che un giorno servano da motore universale e siano preferite alla forza degli animali, alle cadute d'acqua e alle correnti d'aria. Rispetto al primo di questi motori, esse hanno il **vantaggio della economicità**; rispetto agli altri due il vantaggio inestimabile di poter essere utilizzate in **ogni momento e in ogni luogo** e di non subire interruzioni nel corso del loro lavoro. […]

La produzione di moto nelle macchine a vapore è sempre accompagnata da una circostanza sulla quale dobbiamo fissare l'attenzione: il **ristabilimento di equilibrio nel calorico**, cioè il suo **passaggio da un corpo la cui temperatura è più o meno elevata a un altro in cui essa è più bassa**. […]

La produzione della potenza motrice è dunque dovuta, nelle macchine a vapore, **non a un consumo reale di calorico**, ma al suo **trasferimento da un corpo più caldo a uno più freddo**, cioè al ristabilimento del suo equilibrio, […] non è sufficiente produrre il calore: bisogna anche disporre di **un corpo freddo**, senza il quale il calore sarebbe inutile."

progressione partecipata della costruzione dei concetti (2)

la discussione sviluppata dagli allievi ha portato a queste conclusioni:

Carnot

- fa riferimento al «fluido calorico»
- dice una cosa ovvia, cioè che il calore passa da un corpo più caldo a uno più freddo: a questo proposito l’insegnante ha fatto notare che il primo principio della termodinamica non vieta la possibilità che un corpo A, che si trova a una temperatura T_1 possa raffreddarsi ulteriormente cedendo calore a un corpo B che ha una temperatura $T_2 > T_1$
- parla della necessità di "disporre di un corpo freddo" per poter portare di nuovo il sistema allo stato iniziale, come si vede anche nelle macchine di Savery, Newcomen e Watt

secondo documento letto in classe

"Immaginiamo di avere due corpi, A e B, mantenuti ciascuno a una temperatura costante, e supponiamo che la temperatura di A sia più elevata di quella di B […]. Se si vuole generare potenza motrice con il trasferimento di una certa quantità di calore da A a B, si potrà procedere nella maniera seguente:

1) sottrarre calorico ad A per formare il vapore […] supporremo qui che il vapore venga generato alla stessa temperatura di A;

2) una volta raccolto il vapore in un recipiente di volume variabile, per esempio un cilindro munito di pistone, aumentare il volume di questo recipiente e di conseguenza anche quello del vapore; così rarefatto, esso si porterà spontaneamente a una temperatura più bassa, come accade a tutti i fluidi elastici; ammettiamo che la rarefazione sia spinta fino al punto in cui la temperatura corrisponda a quella di B;

3) condensare il vapore mettendolo a contatto con B ed esercitando allo stesso tempo su di esso una pressione costante, finché non sia interamente liquefatto […].

Le operazioni appena descritte avrebbero potuto essere fatte in senso e ordine inverso. Nulla impediva di formare il vapore con il calorico e alla temperatura di B, di comprimerlo in modo da fargli acquisire la temperatura di A, infine di condensarlo a contatto con quest'ultimo, continuando la compressione fino a ottenere una completa liquefazione."

progressione partecipata della costruzione dei concetti (3)

la discussione della classe ha portato:

- a individuare le trasformazioni reversibili del ciclo indicato nel secondo documento di Carnot e a disegnarle
- a determinare il rendimento di una macchina termica che segue tale ciclo (il rendimento di un ciclo era stato definito all'interno dell'argomento «primo principio della termodinamica»):

  indicando con Q_2 il calore sottratto al corpo A e con Q_1 il calore ceduto al corpo B, il rendimento teorico η può essere espresso da:

  $\eta = (Q_2 - Q_1)/Q_2$ $\eta = 1 - Q_1/Q_2$

  e quindi $\eta < 1$

terzo documento letto in classe

le intuizioni di Carnot, indicate nel primo documento, passarono inosservate nel 1824 quando il suo libro fu pubblicato, forse perché alcuni dubbi rendevano la sua teoria incompleta:

"[…] sarebbe difficile dimostrare perché, nello sviluppo della potenza motrice mediante il calore, sia necessario un corpo freddo; in altre parole, perché non si possa produrre movimento utilizzando il calore proveniente da un unico corpo riscaldato […]”

intervento orientato dall'insegnante (1)

solo dopo alcuni decenni, in seguito a considerazioni

- sul rendimento di una macchina termica
- sulla natura del calore, interpretato come «fluido calorico» da Carnot ma anche come moto di particelle:
  - *"...è ben noto che il calore cresce di intensità al crescere del movimento interno delle particelle..."*, aveva scritto D. Bernoulli nel volume *Hydrodinamica* pubblicato nel 1738
  - *" ...mi pare estremamente difficile [....] formarsi un'idea distinta di una cosa che possa essere eccitata e comunicata nel modo in cui il calore fu eccitato e comunicato in questi esperimenti, a meno che non si tratti di MOTO"* aveva scritto B. Thomson in *Collected works of count Rumford* nel 1798
- sulla conservazione dell'energia
  - J.P. Joule descrisse il suo esperimento del mulinello in una lettera del 1845 ad una rivista inglese di fisica
  - H.v.Helmholtz formulò nel 1847 il primo principio della Termodinamica

si giunse alla formulazione di un principio generale (secondo principio della termodinamica) storicamente formulato in maniera diversa da Kelvin (1849) e da Clausius (1862)

intervento orientato dall'insegnante (2)

è stata sviluppata una discussione approfondita nella classe per arrivare, in modo partecipato, alla dimostrazione della equivalenza logica dei due enunciati

- enunciato di Kelvin: "non è possibile realizzare un processo il cui unico risultato sia il raffreddamento di una sorgente calda e la completa conversione del calore ottenuto in lavoro«

- enunciato di Clausius: "non è possibile realizzare una trasformazione il cui unico risultato sia il trasferimento spontaneo di calore da un corpo che si trova a una certa temperatura a un corpo a temperatura maggiore"

argomento – obiettivo (3)

in laboratorio di fisica gli studenti

- hanno osservato un modellino del motorino di Stirling in azione

- hanno ricavato il rendimento nel caso di un ciclo di Stirling **reversibile** costituito da due trasformazioni isoterme e da due trasformazioni isocore; tenendo conto che il calore ceduto quando il gas si raffredda durante la prima trasformazione isocora viene restituito nella seconda isocora quando il gas si riscalda, hanno ottenuto

$$\eta = 1 - T_1/T_2$$

argomento – obiettivo (4)

gli studenti hanno ricavato il rendimento della macchina **ideale** di Carnot, costituita da due trasformazioni isoterme e due trasformazioni adiabatiche **reversibili**

e hanno ottenuto lo stesso risultato del ciclo di Stirling

$$\eta = 1 - T_1/T_2$$

cioè η dipende esclusivamente dalle temperature T_1 e T_2
e indica il **rendimento massimo** di una macchina ideale che lavora tra le temperature T_1 e T_2

progressione partecipata della costruzione dei concetti (4)

l'insegnante ha proposto

- di uguagliare le due espressioni del rendimento ottenute per il ciclo **reversibile**

$$\eta = 1 - |Q_1|/Q_2 \qquad\qquad \eta = 1 - T_1/T_2$$

gli studenti hanno risposto: $|Q_1|/Q_2 = T_1/T_2$,

che può essere riscritta $Q_2/T_2 = |Q_1|/T_1$, cioè $Q_2/T_2 - |Q_1|/T_1 = 0$

- di scrivere l’espressione de rendimento nel caso di un ciclo **irreversibile**

$\eta_{(irr)} \leq \eta_{(rev)}$ $\quad 1 - |Q_1|/Q_2 \leq 1 - T_1/T_2 \quad |Q_1|/Q_2 \geq T_1/T_2$

$$Q_2/T_2 - |Q_1|/T_1 \leq 0$$

e ricordando che Q_1 è il calore ceduto, quindi è negativo, hanno ottenuto

$Q_2/T_2 + Q_1/T_1 \leq 0$ nota come disuguaglianza di Clausius

cioè **in un ciclo la somma algebrica di tutti i calori scambiati divisi per le temperature a cui avvengono tali scambi è sempre uguale a zero per le trasformazioni reversibili e minore di zero per quelle irreversibili**

intervento orientato dall’insegnante (3) discussione della disuguaglianza di Clausius

Clausius

- dimostrò che tale disuguaglianza vale per un qualunque processo ciclico
- definì una nuova grandezza fisica ***S*** con le caratteristiche di ***funzione di stato***, in analogia con la definizione di energia potenziale:

come la somma algebrica delle differenze di energia potenziale lungo un percorso chiuso è uguale a zero, $\Sigma\ \Delta W = 0$, considerati due stati A e B qualunque di un sistema che appartengono ad un generico ciclo reversibile si può scrivere

$\Sigma\ \Delta Q/T\ (ABA) = 0$ relativamente al ciclo ABA e

$\Sigma\ \Delta Q/T\ (AB)_1 + \Sigma\ \Delta Q/T\ (BA)_2 = 0$ (*)

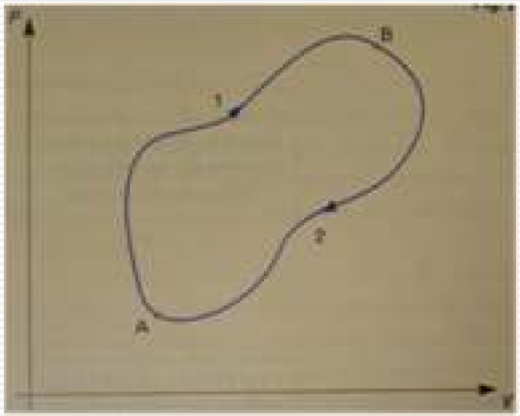
se la trasformazione $(BA)_2$ viene percorsa in senso opposto $\Sigma\ \Delta Q/T\ (AB)_2 = - \Sigma\ \Delta Q/T\ (BA)_2$ e

sostituendo in (*): $\Sigma\ \Delta Q/T\ (AB)_1 - \Sigma\ \Delta Q/T\ (BA)_2 = 0$

da cui $\Sigma\ \Delta Q/T\ (AB)_1 = \Sigma\ \Delta Q/T\ (BA)_2$ quindi

$\Sigma\ \Delta Q/T\ (AB)$ dipende solo dagli stati A e B; si può introdurre la funzione *S* in modo che

$$\mathbf{S_B - S_A = \Sigma\ \Delta Q/T\ _{(AB)}}$$



intervento orientato dall'insegnante (4): origine del termine "*entropia*"

Clausius

considerando che l'***energia interna*** di un sistema è una ***funzione di stato*** che fornisce il bilancio energetico di una trasformazione e

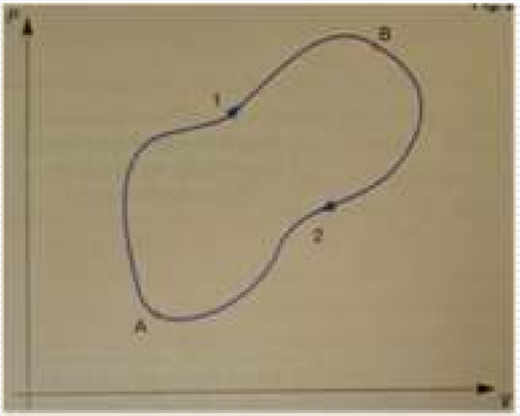
tenendo conto della disuguaglianza $Q_2/T_2 + Q_1/T_1 \leq 0$

concluse che la funzione ***S*** doveva dare informazioni sul ***grado di irreversibilità*** di una trasformazione qualunque

in un articolo del 1865 scrisse:

"Cerchiamo ora di dare un nome appropriato ad ***S***. Possiamo dire che ***S*** indica ***il contenuto di trasformazione*** del corpo, così come diciamo che la quantità *U* indica *il contenuto di calore e lavoro* del corpo stesso. Tuttavia, poiché sono dell'opinione che i nomi di quantità di questo tipo, che sono così importanti per la scienza, debbano essere ricavati dai linguaggi antichi, al fine di introdurli senza modificazione nei linguaggi moderni, propongo di chiamare la grandezza ***S*** con il nome di ***entropia*** del corpo, partendo dalla parola greca ***ήτροπή*** che significa trasformazione. Intenzionalmente ho formato il termine ***entropia*** in modo da renderlo il più possibile simile ad ***energia***; infatti entrambe queste quantità sono così strettamente connesse l'una all'altra dal punto di vista del loro significato fisico che mi pare utile una certa analogia anche nei loro nomi".

intervento orientato dall'insegnante (5): variazione di entropia in un sistema isolato



considerati due stati A e B qualunque di un sistema che appartengono ad un generico ciclo, supponiamo che la trasformazione $(AB)_1$ possa essere reversibile o irreversibile mentre la trasformazione $(BA)_2$ sia reversibile;

si può scrivere:

$$\Sigma\, \Delta Q/T\ (ABA) = \Sigma\, \Delta Q/T\ (AB)_1 + \Sigma\, \Delta Q/T\ (BA)_{2rev} = \Sigma\, \Delta Q/T\ (AB)_1 + (S_A - S_B)$$

ma per la disuguaglianza di Clausius $\Sigma\, \Delta Q/T\ (ABA) \leq 0$

quindi $\Sigma\Delta Q/T\ (AB)_1 + (S_A - S_B) \leq 0$

per cui $\Sigma\Delta Q/T\ (AB)_1 \leq -(S_A - S_B) \leq (S_B - S_A)$ $\Sigma\Delta Q/T\ (AB)_1 \leq \Delta S$

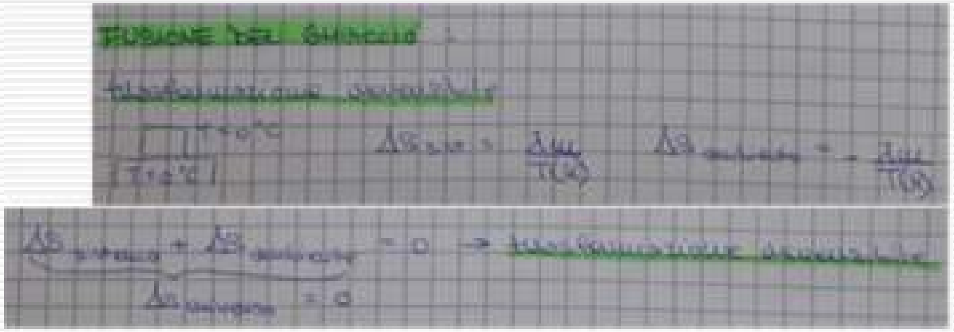
in un sistema isolato, che non scambia calore con l'esterno, $\Delta Q = 0$, per cui si ottiene per la variazione di entropia dell'Universo

$$\Delta S_{Univ} \geq 0$$

progressione partecipata della costruzione dei concetti (5): variazione di entropia in un sistema isolato

l'insegnante ha proposto di calcolare la variazione di entropia nella fusione del ghiaccio, supponendo che il ghiaccio (sistema) e la sorgente che fornisce il calore (ambiente) siano racchiusi in un contenitore con pareti isolanti, in modo da poter escludere perdite di calore verso l'esterno

- se la sorgente si trova alla stessa temperatura di fusione del ghiaccio (o maggiore di una quantità molto piccola) si può considerare la fusione un processo reversibile



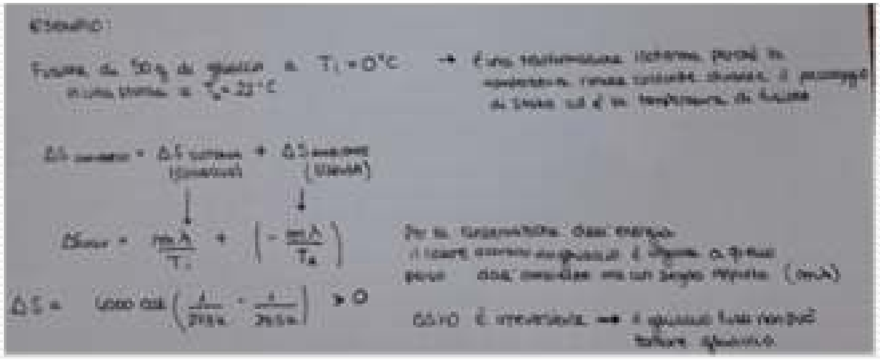
gli studenti hanno calcolato la variazione di entropia dell'Universo

$\Delta S_{Univ} = \Delta S_{amb} + \Delta S_{sist} = 0$

concludendo: $\Delta S_{Univ} = 0$

nelle trasformazioni reversibili

- se la sorgente si trova a una temperatura maggiore di quella di fusione del ghiaccio il processo è irreversibile



gli studenti hanno ottenuto in questo caso

$\Delta S_{Univ} \geq 0$

nelle trasformazioni irreversibili

progressione partecipata della costruzione dei concetti (6)

l'insegnante ha proposto di calcolare la variazione di entropia del gas e delle sorgenti nelle trasformazioni termodinamiche:

gli studenti, guidati dall'insegnante, hanno risposto:

- nella trasformazione adiabatica non c'è scambio di calore, quindi $Q = 0$ e anche $\Delta S = 0$ sia per il gas che per la sorgente

- nella trasformazione isoterma la variazione di energia interna $\Delta U = 0$, il calore scambiato Q è uguale al lavoro L:

  $Q = = nRT\ln(V_f/V_i)$ quindi $\Delta S_{sist} = Q/T = nR\ln(V_f/V_i)$

  se la trasformazione è un'espansione reversibile

  $\Delta S_{amb} = - \Delta S_{sist}$ $\Delta S_{Univ} = \Delta S_{amb} + \Delta S_{sist} = 0$

  se invece la trasformazione è un'espansione irreversibile $T_{amb} > T_{sist}$

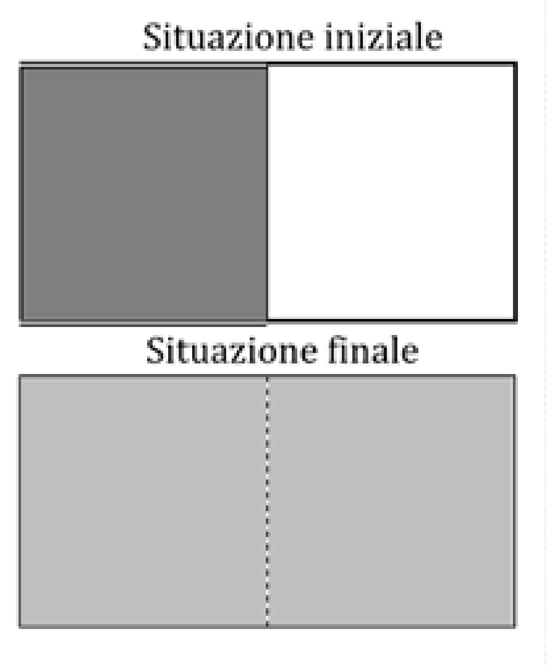
  $\Delta S_{amb} = - nRT_{sist} \ln(V_f/V_i) / T_{amb}$ che in valore assoluto è minore di ΔS_{sist}

  quindi $\Delta S_{Univ} \geq 0$

argomento – obiettivo (5)

l’insegnante ha proposto di analizzare se i fenomeni considerati nelle due situazioni seguenti sono reversibili o irreversibili:

- un urto elastico tra due corpi
- un insieme numeroso di particelle che, inizialmente racchiuse nella parte sinistra del contenitore rappresentato a fianco, si distribuisce uniformemente in tutto il contenitore



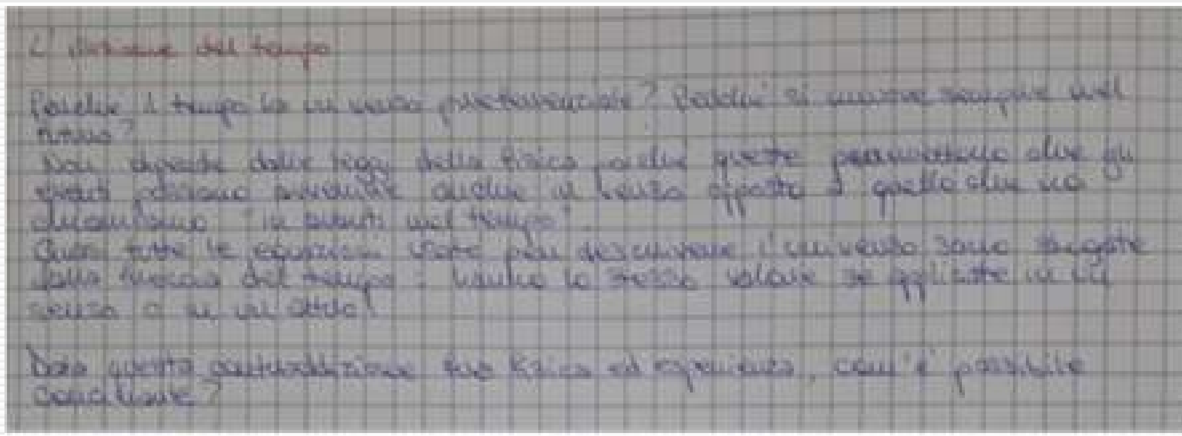
gli studenti, guidati dall’insegnante, rispondono:

- l’urto elastico potrebbe essere reversibile,
- il secondo caso è sicuramente irreversibile
- se applichiamo il principio di conservazione della quantità di moto all’urto elastico è possibile invertire la velocità iniziale con quella finale, quindi l’urto elastico è reversibile

argomento – obiettivo (6)

in aula multimediale è stata vista una parte del video "L’illusione del tempo" di Brian Greene (da 29’13’’ a 33’04’’)

gli appunti di una studentessa:



argomento – obiettivo (7)

di fronte a questo problema:

le leggi della dinamica sono reversibili mentre l'evoluzione spontanea dei fenomeni reali non lo è

si è sviluppata una discussione che alla fine ha individuato come argomento di approfondimento il modo in cui si realizza uno scambio di energia a livello microscopico e il ruolo della temperatura in un sistema rispetto all'evoluzione termodinamica del sistema stesso

per questo è stato introdotto il modello semplificato del solido di Einstein presentato da Tom Duncan *Advanced Physics*

progressione partecipata della costruzione dei concetti (7): modello di Einstein di un solido

l'insegnante ha invitato gli studenti a esporre il modello di solido che conoscono

- gli atomi sono come sferette collegate tra loro da molle
- quando riscaldiamo un metallo esso si dilata perché aumenta l'ampiezza della loro oscillazione

secondo il ***modello di Einstein di un solido****:

- gli atomi in oscillazione acquistano e perdono energia per QUANTI;
- un atomo può dividere energia con gli atomi vicini se può cedere uno o più quanti, che saranno successivamente trasferiti ad altri atomi

l'energia è come uno sciame di api: le api si fermano ora su un fiore (atomo) ora su un altro; in certi momenti alcuni fiori non hanno api, altri ne hanno diverse

è stato utilizzato questo modello per spiegare perché il calore fluisce da un corpo caldo a uno più freddo

progressione partecipata della costruzione dei concetti (8)

l'insegnante ha chiesto in quanti modi diversi è possibile distribuire quattro particelle distinte, A, B, C, D nelle due metà di un contenitore

gli studenti hanno risposto:

- 4 a sinistra, 0 a destra: un solo modo
- 3 a sinistra, 1 a destra: quattro modi diversi
- 2 a sinistra, 2 a destra: sei modi diversi
- 1 a sinistra, 3 a destra: quattro modi diversi
- 0 a sinistra, 4 a destra: un solo modo

è stata data la definizione di:

- **microstato** del contenitore: stato caratterizzato dal *numero* e dal *tipo* di particelle nelle sue due metà
- **macrostato** del contenitore: stato caratterizzato solo dal *numero* di particelle nelle sue due metà

gli studenti, guidati dall'insegnante, hanno concluso che

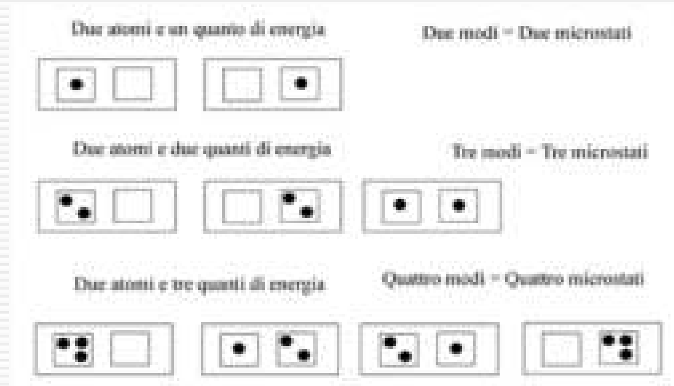
- con quattro particelle si possono ottenere cinque macrostati, i quali sono realizzati da 16 microstati
- il macrostato che è realizzato dal maggior numero di microstati è (2;2), cioè con lo stesso numero di particelle nelle due metà del contenitore

è stato dedotto che la **probabilità di un macrostato è tanto maggiore quanto più numerosi sono i microstati che lo realizzano**

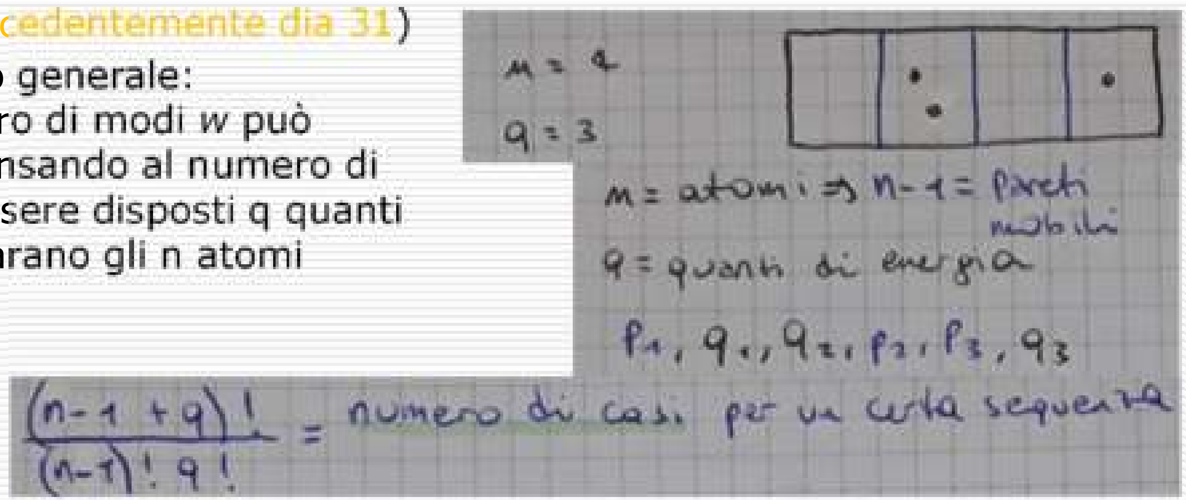
intervento orientato dall'insegnante (6): modello di Einstein di un solido

è stato considerato un solido costituito da **n** atomi i quali hanno complessivamente **q** quanti di energia: in quanti modi diversi, ***w***, questi **q** quanti possano essere distribuiti fra gli **n** atomi?
gli studenti hanno provato

- a rispondere in alcuni casi semplici, con n=2 e q=1, 2, 3 come rappresentato in figura (il caso n=2 e q=4 era stato affrontato precedentemente dia 31)
- a ricavare il risultato generale: in questo caso il numero di modi *w* può essere determinato pensando al numero di modi in cui possono essere disposti q quanti e (n-1) pareti che separano gli n atomi



$$w = \frac{(n-1+q)!}{(n-1)!q!}$$

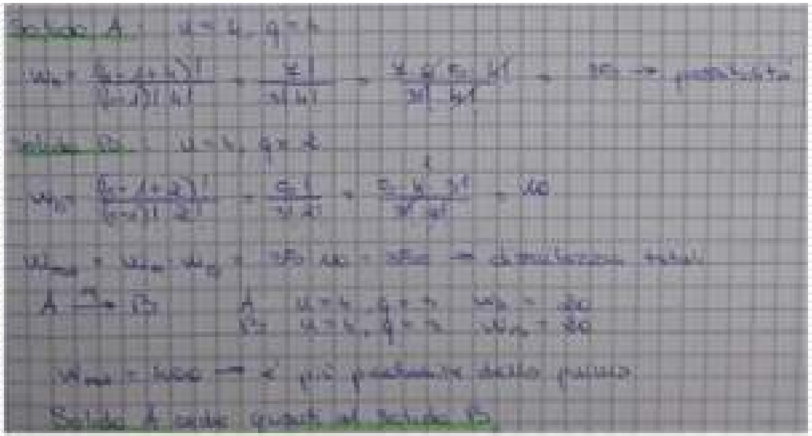


progressione partecipata della costruzione dei concetti (9):

gli studenti hanno analizzato il caso in cui un corpo ad una certa temperatura T_1 viene messo a contatto con un altro corpo che si trova a temperatura T_2 con $T_2 > T_1$

- i due corpi, dopo un po' di tempo, raggiungeranno una temperatura intermedia tra T_1 e T_2
- perché è la situazione con maggiore probabilità
- non è possibile che, spontaneamente, i due corpi ritornino alle loro temperature iniziali

gli studenti sono stati invitati a stabilire quale fra due corpi si trova a temperatura maggiore calcolando come cambia il numero totale delle distribuzioni dei quanti fra gli atomi dei due corpi al passare di un quanto di energia dall'uno all'altro corpo



corpo A: n=4, q=4 corpo B: n=4, q=2

all'inizio $w_A=35$, $w_B=10$ $w_{TOT}=w_A \cdot w_B=350$

se A cede un quanto a B

corpo A: n=4, q=3 corpo B: n=4, q=3

$w_A=w_B=20$ $w_{TOT}=w_A \cdot w_B=400$

se B cede un quanto a A:

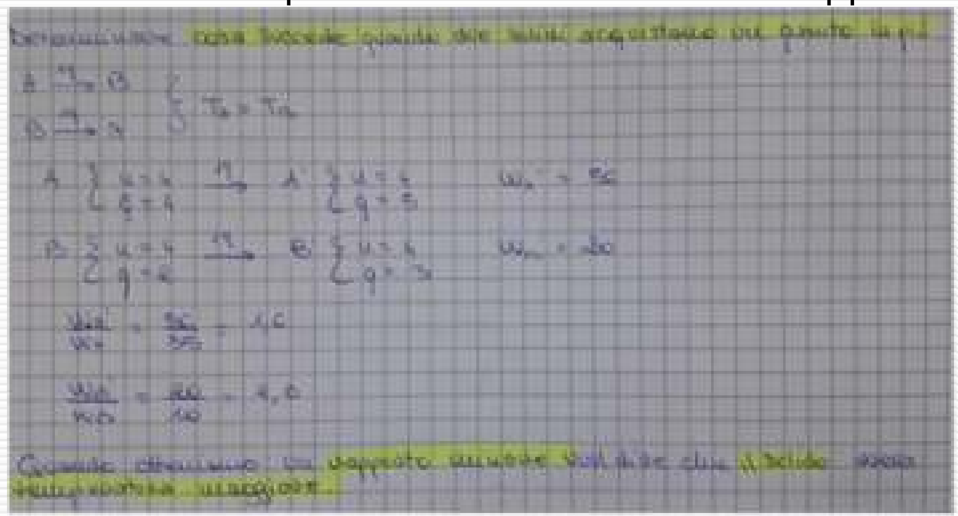
corpo A: n=4, q=5 corpo B: n=4, q=1

$w_A=56$ $w_B=4$ $w_{TOT}=w_A \cdot w_B=224$

gli studenti concludono: il corpo A è a temperatura maggiore perché, cedendo un quanto a B, fa aumentare il numero complessivo di microstati

progressione partecipata della costruzione dei concetti (10)

l'insegnante ha proposto di considerare il numero di microstati w' già calcolati aumentando di un quanto l'energia di entrambi i corpi A e B e di confrontare i rapporti w'/w relativi ai due corpi

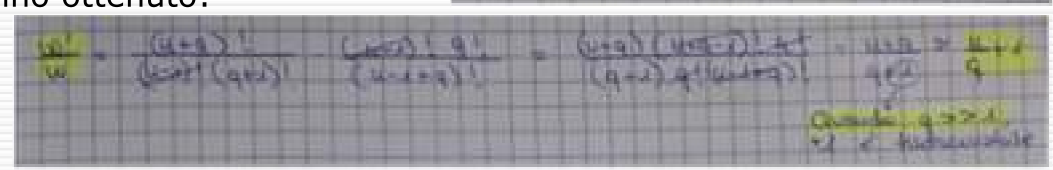


A: $n=4$, $q=4$	B: $n=4$, $q=2$
$w_A=35$,	$w_B=10$
A: $n=4$, $q=5$	B: $n=4$, $q=3$
$w'_A=56$	$w'_A=20$
$w'_A/w_A=1{,}6$	$w'_B/w_B=2{,}0$

gli studenti hanno concluso: avevamo già visto che $T_A>T_B$, quindi un rapporto w'/w minore vuol dire che il solido aveva una temperatura maggiore

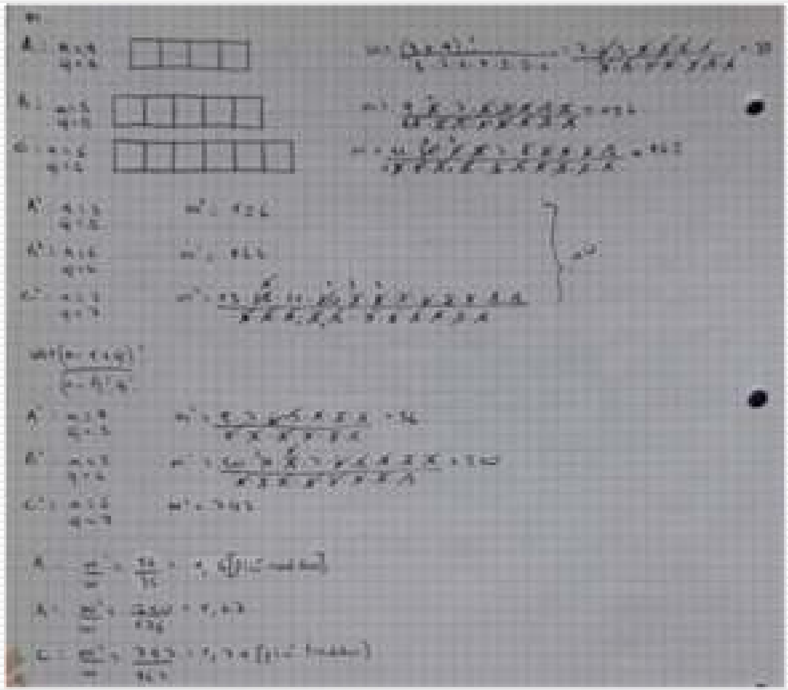
l'insegnante ha proposto di determinare in generale il rapporto di w'/w e di scrivere l'espressione che esso assume per $q>>1$; gli studenti hanno ottenuto:

$$\frac{w'}{w}=\frac{(n+q)}{(q+1)}\simeq\frac{n}{q}+1 \qquad (**)$$



esercizi proposti per casa

dall’espressione (**) è stato dedotto che, anche in generale, più è elevato il rapporto w’/w relativo a un corpo, più bassa è la sua temperatura



l’insegnante ha proposto esercizi da fare a casa

progressione partecipata della costruzione dei concetti (11)

l'insegnante

- ha proposto di assumere il termine w'/w come riferimento per la misura della temperatura e ha chiesto:
  - quale relazione poteva esserci tra w'/w e T

uno studente ha risposto:

se w'/w diminuisce all'aumentare di T potrebbero essere inversamente proporzionali

- se $\frac{w'}{w} \propto \frac{1}{T}$, considerando un solido costituito da 4 atomi, ha chiesto:
  - quale poteva essere il numero di quanti da associare alla temperatura più bassa

gli studenti hanno risposto: q=0

  - quale valore poteva assumere w, w' e w'/w

gli studenti hanno risposto:

w=1, perché c'è un solo microstato; w'=4 e w'/w=4

- per un solido reale con n atomi, dove n è un numero elevato, ha chiesto:
  - quale valore poteva assumere w, w' e w'/w a partire da q=0

gli studenti hanno risposto: w=1, w'=n e w'/w=n

progressione partecipata della costruzione dei concetti (12)

- aggiungendo progressivamente "quanti di energia" al solido di n atomi ha chiesto:
  - quale valore poteva assumere w'/w quando q>>1

gli studenti hanno risposto:

w'/w si avvicinerà a 1 come si è visto nella relazione generale (**)

- quindi per $q \to \infty$, $\frac{w'}{w} \to 1$; ponendo $\frac{w'}{w} = \frac{1}{T}$, la temperatura

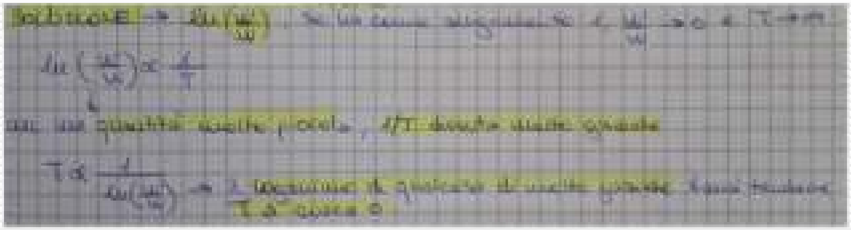
andrà da valori vicini allo zero, quando $\frac{w'}{w} = n$ (n è un numero molto grande), al valore 1 quando $\frac{w'}{w} = 1$ ($\frac{1}{T}$ non tende a zero)

  - quale funzione potrebbe soddisfare questa condizione: f(1)=0

gli studenti hanno risposto solo guidati dall'insegnante: … la funzione logaritmo

- ponendo $\ln \frac{w'}{w} = \frac{1}{T}$ gli studenti

hanno verificato che se $\frac{w'}{w} \to 1$ $T \to \infty$,
se $\frac{w'}{w} \to \infty$ $T \to 0$

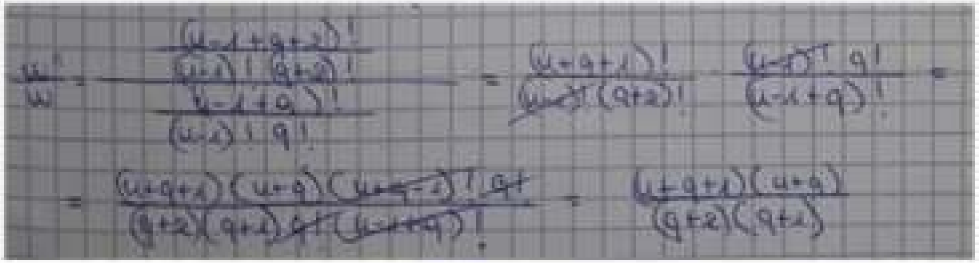


progressione partecipata della costruzione dei concetti (13)

l'insegnante

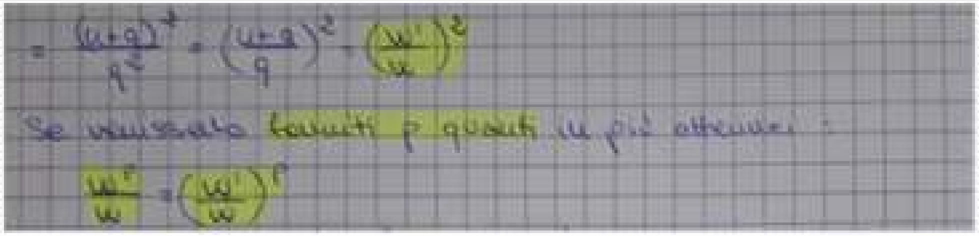
- ha proposto di fornire due quanti al solido di n atomi per q>>1 e ha chiesto:
  - di calcolare w''/w

come indicato nelle figure a fianco
- gli studenti hanno ricavato w''/w



- per q >>1 hanno ottenuto

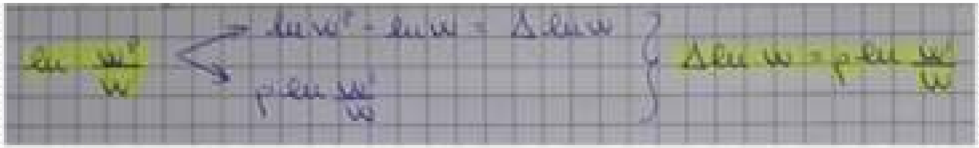
- e se i quanti forniti fossero stati *p* hanno ottenuto



  - di applicare le proprietà dei logaritmi

gli studenti, guidati dall'insegnante, hanno ricavato la relazione

$$\Delta \ln w = p \ln \frac{w'}{w}$$



intervento orientato dall'insegnante (7)

data la relazione $\Delta \ln w = p \ln \frac{w'}{w}$,

- ricordando che $\frac{w'}{w} \simeq \frac{n}{q} + 1$ per q>>1, si ha $\ln \frac{w'}{w} \simeq \ln\left(1 + \frac{n}{q}\right)$ con $\frac{n}{q} \ll 1$
- confrontando con Geogebra le funzioni

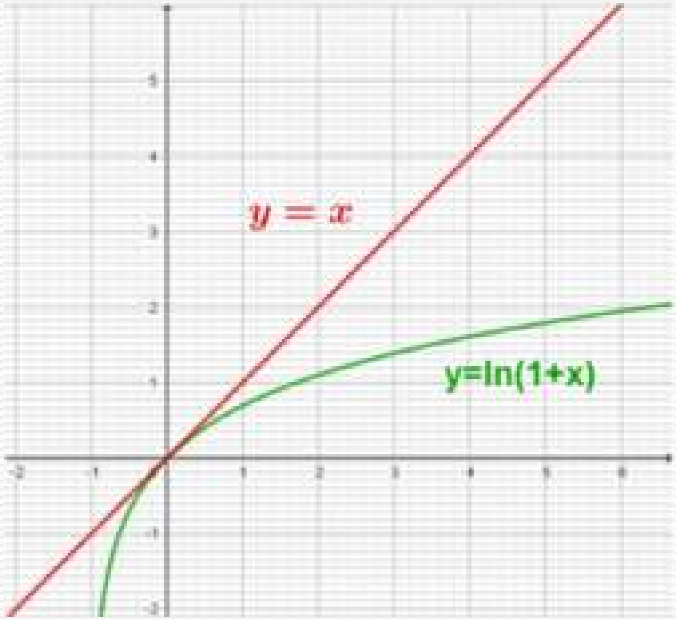
  y=ln(1+x) e y=x per x<<1

  si può porre $\ln(1+x) \simeq x$ e quindi

$$\ln\left(1 + \frac{n}{q}\right) \simeq \frac{n}{q}$$

si può scrivere

$$\Delta \ln w = p \frac{n}{q}$$



intervento orientato dall’insegnante (8)

data la relazione $\Delta \ln w = p\dfrac{n}{q}$,

sapendo che in un solido l’energia di un atomo è in media $k\cdot$T,

se un quanto ha energia ε si ha che nkT = εq cioè $\dfrac{n}{q} = \dfrac{\varepsilon}{kT}$

quindi $$\Delta \ln w = p\cdot\dfrac{\varepsilon}{kT}$$

se p era il numero di quanti forniti, p·ε = ΔQ è l’energia fornita al solido

si può allora scrivere $k\cdot\Delta \ln w = \dfrac{\Delta Q}{T}$ e ricordando che $\Delta \ln w = \ln w^{(p)} - \ln w$

otteniamo $k\cdot\left(\ln w^{(p)} - \ln w\right) = \dfrac{\Delta Q}{T}$ dove $\dfrac{\Delta Q}{T}$ è una misura della variazione del numero di modi di distribuire i quanti come conseguenza dell’energia ΔQ fornita al solido

progressione partecipata della costruzione dei concetti (14)

data la relazione $k \cdot \left(\ln w^{(p)} - \ln w \right) = \dfrac{\Delta Q}{T}$

l'insegnante

- ha chiesto agli studenti:
  - se l'espressione $\dfrac{\Delta Q}{T}$ ricordava loro una grandezza già incontrata;

gli studenti hanno risposto: è associata alla variazione di entropia

quindi $\Delta S = \dfrac{\Delta Q}{T}$ da cui $S = k \ln w$

progressione partecipata della costruzione dei concetti (15)

in aula multimediale è stata vista una parte del video "L’illusione del tempo" di Brian Greene (da 33’05’’ a 35’22’’)

gli studenti hanno riassunto alcune scene:

- le pagine di un libro sono ordinate, ma se si strappano e si lanciano in aria cadono a terra in modo disordinato
- c’è una sola possibilità che cadendo si dispongano in modo ordinato, ce ne sono invece molte che cadano in disordine
- l’entropia è una misura del disordine
- i fenomeni reali evolvono sempre in modo da aumentare il disordine e anche l’entropia aumenta sempre

concludendo:

"i fenomeni evolvono spontaneamente e in modo irreversibile verso stati in cui si ha un aumento di entropia"

"è impossibile che si abbia una diminuzione dell’entropia complessiva dell’Universo"

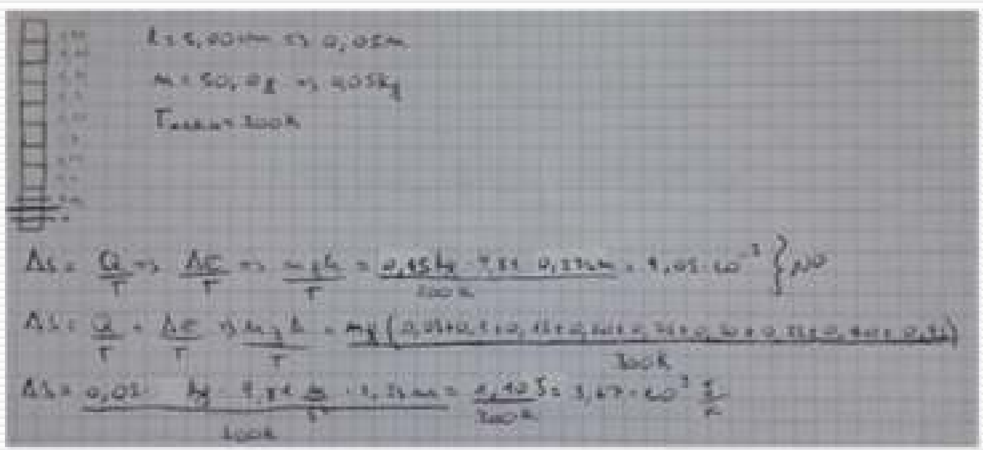
possono essere considerati come enunciati del

secondo principio della termodinamica

esercizi proposti per casa

esercizio n. 18 pag. 392 del libro di testo proposto per casa:

Su un tavolo vengono impilati 10 cubetti di materiale plastico, ciascuno di lato 5,00 cm e massa 50,0 g. Poco dopo, la pila cade accidentalmente, lasciando il primo cubetto nella sua posizione iniziale. Valutare approssimativamente la variazione di entropia ΔS della stanza, supponendo che essa si possa considerare termicamente isolata verso l’esterno. La temperatura media della stanza è 300 K.



alcuni esercizi proposti nella verifica (1)

1. Cita alcuni modelli di macchine a vapore studiate e spiega le varie trasformazioni di energia che avvengono in una di esse.

2. Si può dire che in termodinamica arrivò prima la tecnica della scienza. Che senso daresti a questa frase ?

6. Uno sciatore, che ha guadagnato velocità lungo un pendio, si arresta dopo un certo tratto una volta giunto su un piano orizzontale.

a) Possiamo affermare che l'energia dell'universo si è conservata?

b) Quali trasformazione di energia avvengono ?

c) Quale interpretazione statistica si può dare al fatto che il corpo una volta fermo non può rimettersi in movimento recuperando spontaneamente l'energia cinetica iniziale ?

alcuni esercizi proposti nella verifica (1)

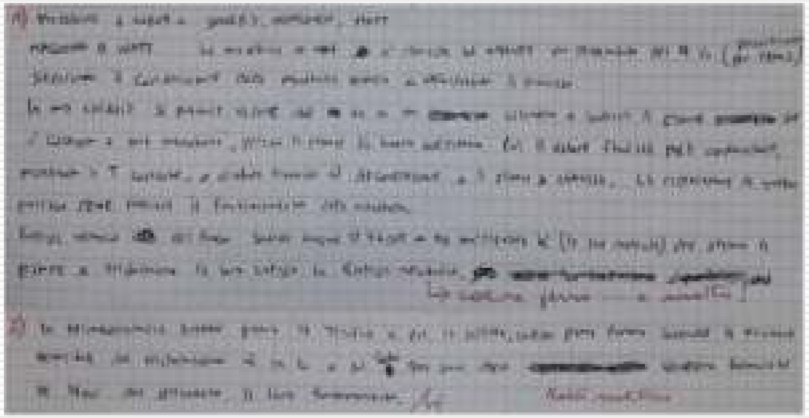
7. Quale interpretazione statistica si può dare al fatto che le molecole di un gas si distribuiscono uniformemente in un contenitore e non vediamo mai, per esempio, che tutte le molecole, ad un certo istante, si trovino concentrate in una delle due metà del contenitore? Sarebbe possibile che accadesse ? Spiegare anche con qualche valutazione numerica

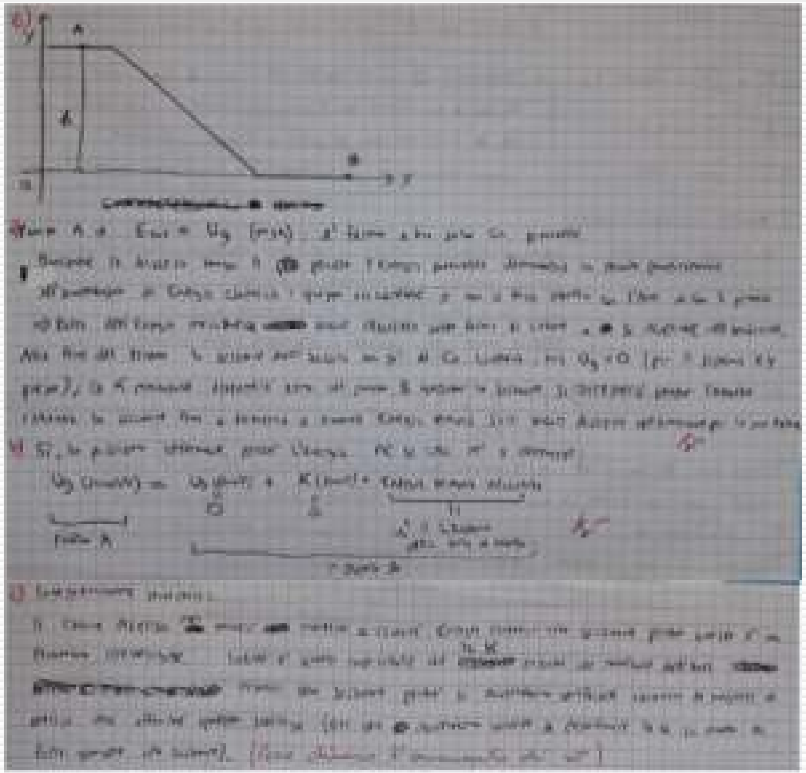
8. Nell'ambito del modello di Einstein di un solido:

a) Spiegare il concetto di microstato e macrostato

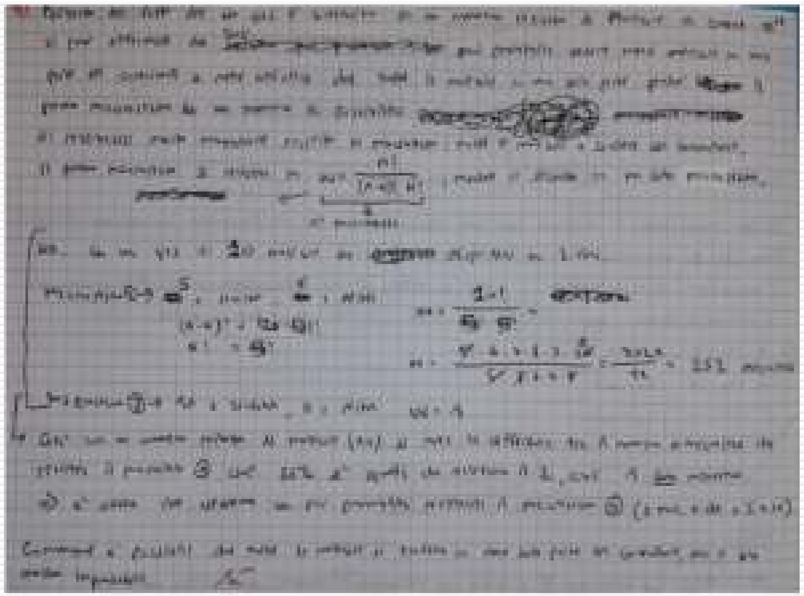
b) Se mettiamo a contatto tre solidi a partire dalla seguente situazione:
A ($n_A = 4$; $q_A = 4$); B ($n_B = 2$; $q_B = 2$) ; C ($n_C = 5$; $q_C = 6$), cosa devo aspettarmi che accada spontaneamente ? Giustificare.

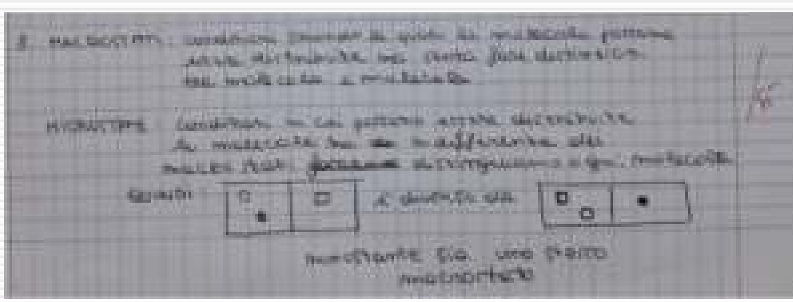
un esempio di svolgimento della verifica (1) eseguito in classe dagli studenti





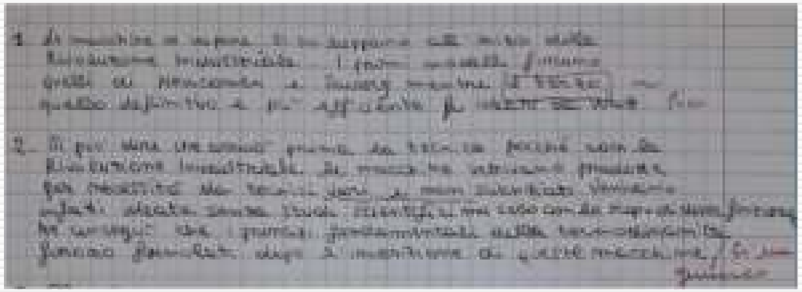
un esempio di svolgimento della verifica (1) eseguito in classe dagli studenti

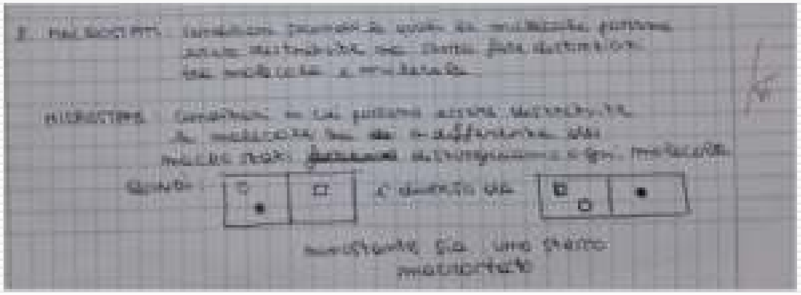


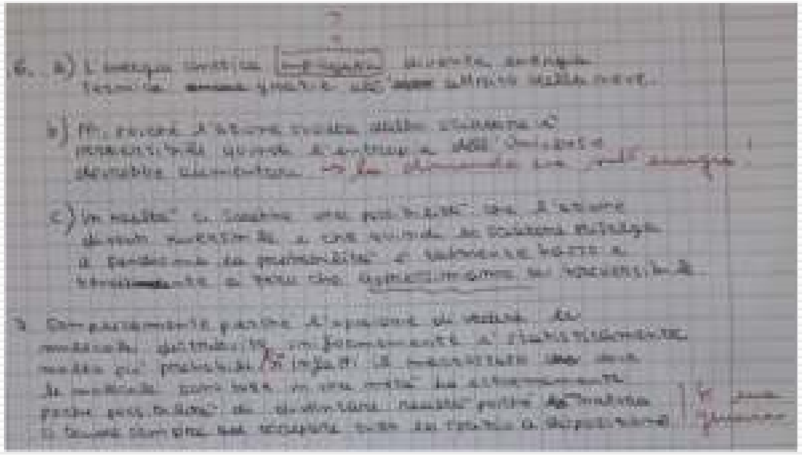


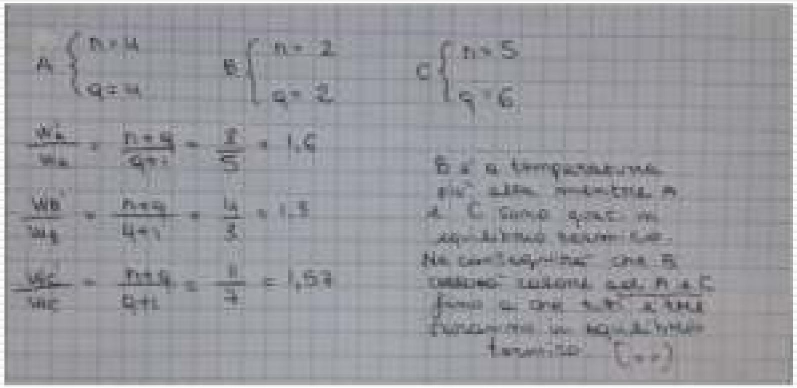
un esempio di svolgimento della verifica (1) eseguito in classe dagli studenti:

non sempre la soluzione è corretta o completa









alcuni esercizi proposti nella verifica (2)

2. 100 g di acqua alla temperatura di 0°C sono posti in un frigorifero.

Calcola la variazione di entropia del sistema e dell'Universo durante la solidificazione dell'acqua, nel caso in cui il frigorifero sia alla temperatura a) di 0°C e b) di -4°C.

[calore di fusione del ghiaccio a 0°C è λf = 80 cal/g; 1 cal = 4,186 J]

Calcola: c) il lavoro necessario per far avvenire la trasformazione nel caso a), se la temperatura della stanza in cui si trova il frigorifero è 20°C e d) il coefficiente di prestazione.

3. Una biglia di massa m è lasciata cadere da un'altezza h e si ferma dopo un certo numero di rimbalzi.

a) Descrivi qualitativamente quali trasformazioni di energia avvengono?
b) Possiamo affermare che l'energia dell'universo si è conservata?
c) Se m = 200 g e h = 1,5 m, calcola la variazione di entropia dell'Universo.
d) Quale interpretazione statistica si può dare al fatto che il corpo una volta fermo non si rimette in movimento, recuperando spontaneamente, almeno in parte, l'energia iniziale?

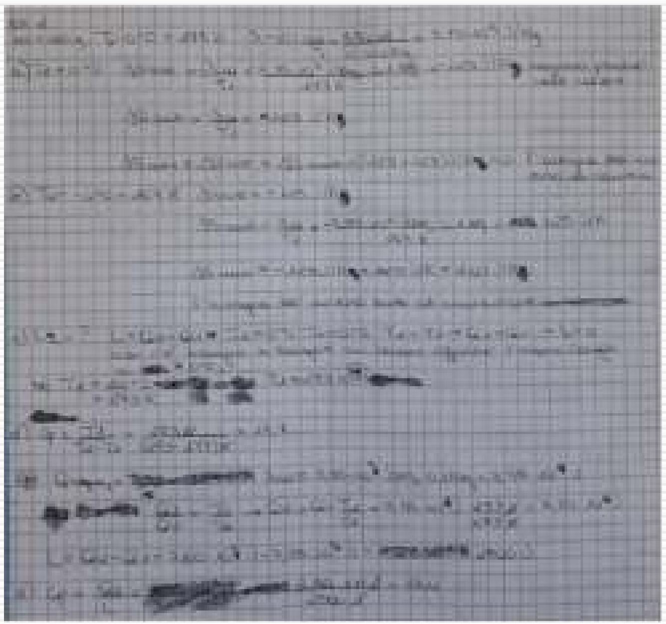
4. Che cosa si intende per "modello di Einstein di un solido"?

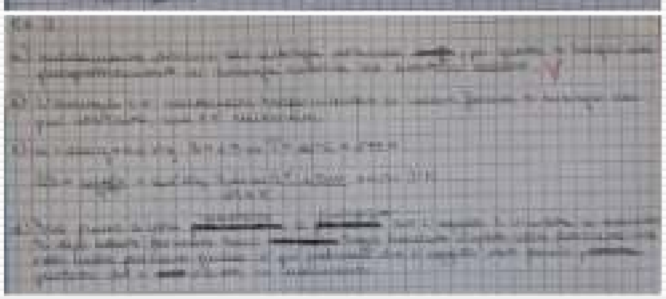
Facendo riferimento al modello di Einstein, dati due solidi A e B:

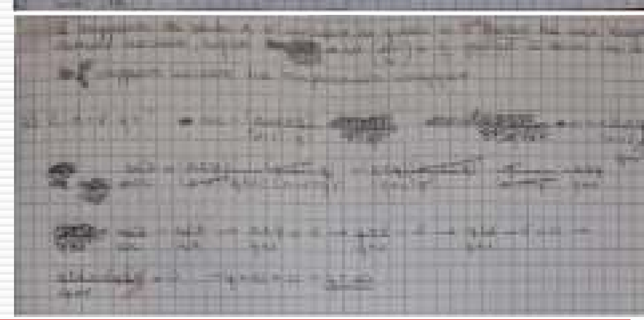
a) spiega come possiamo stabilire se sono in equilibrio termico;
b) se A ha n = 6 atomi e q = 4 quanti di energia e B ha n = 5 atomi e q = 2 quanti, stabilisci se hanno la stessa temperatura oppure quale dei due si trova a temperatura maggiore, esplicitando i calcoli effettuati;
c) quale numero di quanti dovrebbe avere un solido C che ha n = 8 atomi per avere la stessa temperatura del solido A?

5. Descrivi sinteticamente gli aspetti che ritieni più significativi della grandezza fisica "entropia".

un esempio di svolgimento della verifica (2) eseguito in classe dagli studenti

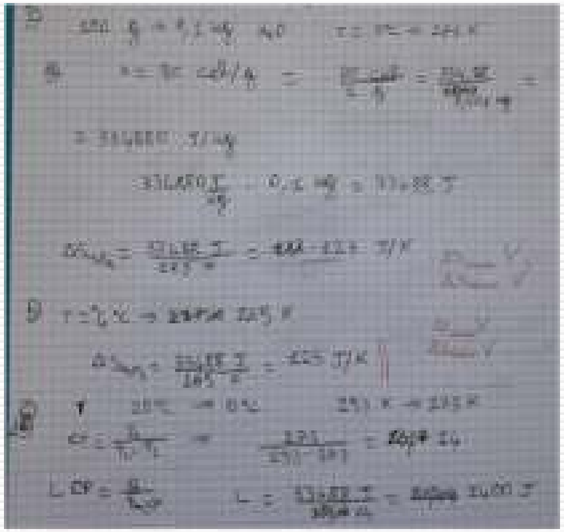


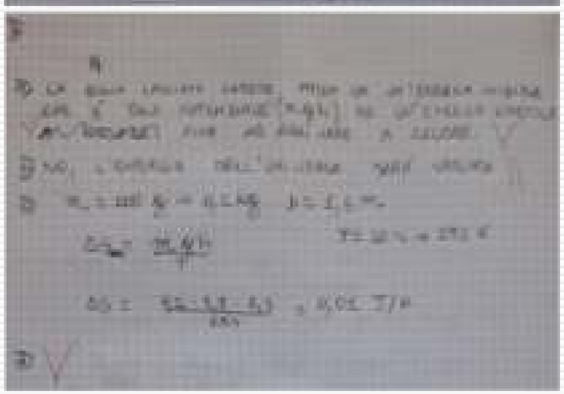


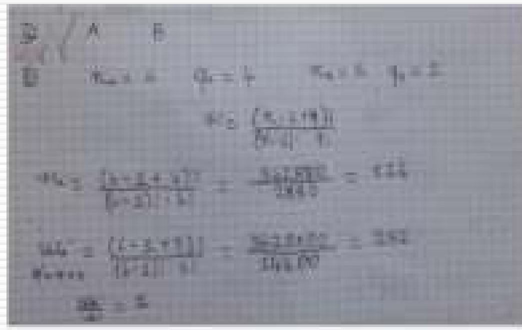


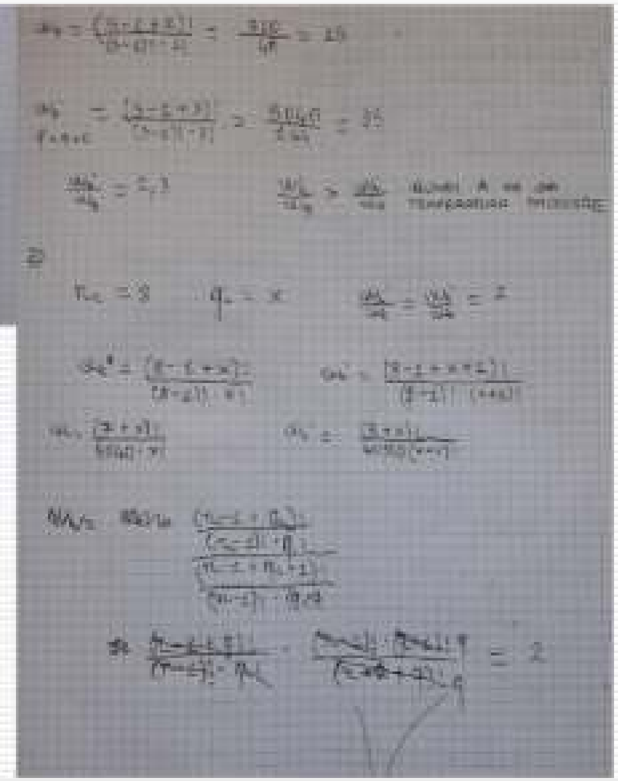
un esempio di svolgimento della verifica (2) eseguito in classe dagli studenti:

non sempre la soluzione è corretta o completa









risultati ottenuti

le verifiche svolte hanno evidenziato come la maggior parte degli studenti sia in grado :

- di riconoscere e descrivere processi reversibili e irreversibili
- di saper valutare la variazione di entropia utilizzando correttamente la definizione
- di saper interpretare le variazioni di temperatura e gli scambi di calore tra due corpi dal punto di vista statistico

valutazione dell’efficacia del percorso didattico sperimentato

il percorso documentato ha stimolato l’interesse e la curiosità degli studenti aiutandoli a comprendere i passaggi più delicati

la visione di filmati e la lettura di alcuni brani tratti da testi originali ha permesso di affrontare un argomento, in alcune parti piuttosto complesso, in modo più interessante e coinvolgente rispetto a quanto ottenuto con le presentazioni contenute nella maggior parte dei libri di testo

l’analisi storica della realizzazione delle prime macchine termiche ha consentito di comprendere meglio lo sviluppo dei concetti fondamentali relativi al secondo principio della termodinamica