REGIONE TOSCANA

Laboratori del Sapere Scientifico

Iniziativa realizzata con il contributo della Regione Toscana nell'ambito del progetto

Rete Scuole LSS

a.s. 2018/2019

Liceo Statale “C. Lorenzini”
Classico, Linguistico, Scientifico, Scienze umane
Pescia (PT)

Non tutto è certo!

Costruire la risposta della matematica di fronte agli eventi casuali

Classe prima Liceo

indirizzo Scientifico Ordinario

collocazione del percorso effettuato nel curricolo verticale 1

Abbiamo scelto di introdurre la matematica degli eventi casuali e i primi elementi di calcolo combinatorio nella prima classe del Liceo, indirizzo Scientifico Ordinario, per tre motivazioni didattiche.

1. Sia l'approccio alla probabilità che quello al calcolo combinatorio richiedono modelli di ragionamento logico, specifici, diversi da quelli più usualmente impiegati nel calcolo algebrico o nei contesti della geometria. Avendo constatato nel corso degli anni la difficoltà da parte degli studenti di acquisire con disinvoltura questi meccanismi logici e i modelli di ragionamento da applicare nelle situazioni problematiche se collocati, indicativamente, al quarto anno del liceo, abbiamo voluto sperimentare l'introduzione precoce di questi concetti e della matematica connessa per verificare se l'apprendimento da parte degli studenti fosse più spontaneo ed efficace. Ci ripromettiamo comunque di mantenere negli anni successivi un filo di collegamento concettuale ed operativo, sia con la probabilità sia con il calcolo combinatorio, anche con specifici approfondimenti da proporre in modo costruttivo alla classe.

collocazione del percorso effettuato nel curricolo verticale 2

In definitiva vorremmo che questa importante area concettuale, logica ed operativa rimanesse presente nel percorso di studio invece di essere, come spesso ci appare, trattata come un argomento da aprire e chiudere in una fase speciale del percorso liceale.

Come indicheremo nelle valutazioni conclusive sul percorso sperimentato, l’atteggiamento degli studenti, la loro partecipazione allo sviluppo delle conoscenze e del linguaggio via via elaborato, la qualità media degli apprendimenti ci ha confortato in questa impostazione ma, ovviamente, il percorso didattico su probabilità e combinatoria non finisce qui.

collocazione del percorso effettuato nel curricolo verticale 3

2. Abbiamo considerato che gli argomenti probabilità e calcolo combinatorio avessero un effetto didattico "equalizzante" rispetto ai livelli di ingresso degli studenti. Si tratta infatti di contesti concettuali e problematici in gran parte, se non totalmente, nuovi per studenti del primo anno del liceo e, inoltre, chiedono competenze di calcolo matematico non particolarmente complesse.

3. Gli argomenti probabilità e calcolo combinatorio si prestano particolarmente a riprendere e approfondire i calcoli con le frazioni e a introdurre in modo legato a situazioni e rappresentazioni concrete, le operazioni con gli insiemi evitando i rischi di astrattezza, che rimane spesso tale, insiti nella trattazione ordinaria «da libro di testo».

obiettivi essenziali di apprendimento

- Conoscere il linguaggio degli insiemi e del calcolo delle probabilità
- Comprendere e usare correttamente le operazioni tra insiemi
- Saper distinguere fra eventi compatibili e incompatibili, dipendenti e indipendenti
- Utilizzare diagrammi ad albero e diagrammi di Eulero-Venn
- Saper calcolare la probabilità di un evento, di un evento composto, dell'unione di eventi e la probabilità condizionata
- Saper applicare il teorema di Bayes
- Acquisire consapevolezza del concetto di frazione e saper confrontare e rappresentare su una retta più frazioni
- Saper operare con le frazioni
- Riconoscere se un gioco è equo oppure no
- Conoscere e saper utilizzare elementi del calcolo combinatorio: disposizioni, permutazioni e combinazioni semplici e con ripetizione
- Saper risolvere esercizi di probabilità utilizzando il calcolo combinatorio

elementi salienti dell'approccio metodologico

Si propone un percorso che permetta di consolidare le conoscenze e le competenze relative alle frazioni e agli insiemi, argomenti già noti agli studenti, tramite il calcolo delle probabilità, che viene quindi anticipato alla classe prima.

Gli elementi sono:

- calcolare la probabilità di eventi in situazioni progressivamente più complesse
- stimolare gli studenti ad analizzare e discutere criticamente le situazioni proposte scegliendo le strategie anche grafiche più convenienti nei vari casi
- interpretare consapevolmente i vari contesti considerandoli come modelli di situazioni concrete, in modo da condurre gradualmente gli studenti a dedurre le relazioni generali del calcolo delle probabilità

Particolare attenzione è stata data alla gradualità degli argomenti introdotti e alla costante verifica della loro acquisizione da parte degli studenti. Anche il lavoro di gruppo ha dato un importante contributo alle loro capacità di cooperazione.

materiali, apparecchi e strumenti utilizzati

- M. Bergamini, G. Barozzi, A Trifone "*MATEMATICA.BLU*" Vol. 1, Vol. 2 e Vol. 4 ed. Zanichelli
- G. Prodi, A. T. Sainati "*Scoprire la MATEMATICA – Probabilità e statistica*" ed. Ghisetti e Corvi

- Video:
  - "Quante sono le probabilità di…?" https://www.youtube.com/watch?v=Moz2tlmHshA
  - "Vivere alla grande. Quante probabilità hai di vincere" https://www.youtube.com/watch?v=kd2LM14V6CA
  - "Il dilemma di Monty Hall - A beautiful mind" https://www.youtube.com/watch?v=x8GqcV_HU5k
  - "Giochi di sorte" http://www.educational.rai.it/materiali/file_lezioni/55669_636148381078064129.pdf

- Dadi e altro materiale utile per un approccio empirico al calcolo delle probabilità

- Computer e LIM per l'utilizzo di software e connessione internet

ambienti di lavoro in cui è stato sviluppato il percorso

- Laboratorio multimediale
- Aula scolastica
- A casa

tempi impiegati

- Per la messa a punto preliminare nel Gruppo LSS: 20 ore
- Per la progettazione specifica e dettagliata nella classe e la documentazione: circa 20 ore
- Tempo-scuola di sviluppo del percorso: 35 ore, comprensive delle verifiche

altre informazioni

- I vari argomenti non sono stati affrontati in maniera consequenziale ma contemporaneamente: è stato utilizzato il calcolo delle probabilità e gli strumenti tipici degli insiemi (diagrammi di Venn, operazioni tra insiemi, …) per ripassare e consolidare le proprietà delle frazioni e le operazioni con esse

- Questo ha permesso di:
  - economizzare i tempi di lavoro anticipando alla classe prima lo studio del calcolo delle probabilità
  - utilizzare il concetto di frazione in un ambito per lo più nuovo per gli studenti

- sono state evidenziate in rosso le parti che sintetizzano i contenuti degli interventi degli studenti

- Di seguito viene indicato l'intero lavoro affrontato in classe di cui, a causa della notevole quantità di materiale, viene presentata solo la prima parte

descrizione sintetica dell’attività 1

- Il “percorso” ha occupato un mese e mezzo ed è stato proposto con un approccio che coinvolgesse direttamente gli studenti e che stimolasse continuamente un’analisi critica dei problemi affrontati (anche con l’uso di video e software).

- Dopo un’introduzione generale al calcolo delle probabilità è stata affrontata la probabilità classica e frequentista e, tramite queste, è stato ripreso il concetto di frazione, di ordinamento dei numeri su una retta, di operazioni tra frazioni e il passaggio da frazione a decimale e a percentuale e viceversa.

- Calcolando la probabilità sia di singoli eventi sia di eventi composti e la probabilità condizionata, sono stati utilizzati gli insiemi e le operazioni tra essi; è stato fatto anche un accenno al gioco equo.

- Infine è stata affrontato il calcolo combinatorio che ha permesso di risolvere esercizi di calcolo della probabilità più complessi.

descrizione sintetica dell'attività 2

- Se in rare occasioni è capitato di risolvere un'equazione di primo grado, si sono sfruttate le conoscenze che i ragazzi già hanno dalla scuola media, in attesa di riprendere l'argomento nella seconda parte dell'anno scolastico.

- Si precisa che, nonostante il calcolo combinatorio e delle probabilità sia stato affrontato in una classe prima, è stato comunque completato l'intero programma, che di solito è previsto per le classi seconda e quarta del liceo scientifico.

- In questo percorso non viene presentato la parte relativa al calcolo combinatorio e alle successive applicazioni al calcolo delle probabilità che è stato presentato nel percorso «In quanti (e quali) modi?».

argomenti proposti e discussi in classe:
introduzione 1

- Nella lezione introduttiva sono state rivolte agli studenti le seguenti domande:
  - Cosa si intende, secondo voi, con il termine “evento”?
  - Cosa significa, secondo voi, calcolare la “probabilità di un evento”?

- Gli studenti sono stati invitati a fare degli esempi……
  - «probabilità che oggi piova … »
  - «probabilità di ottenere un certo numero nel lancio di un dado … »
  - «probabilità di vittoria di una squadra … »

- Perché ci interessa il calcolo delle probabilità?
  ovvero
  PERCHE’ LA MATEMATICA SI OCCUPA DEL CASO?

argomenti proposti e discussi in classe:
introduzione 2

Sono stati proiettati i seguenti video:

"*Quante sono le probabilità di…?*"

"*Vivere alla grande. Quante probabilità hai di vincere*"

«Ma come si calcola la probabilità di un evento?

- Abbiamo considerato la seguente situazione:
  - 1° tavolo: 10 buste di cui 3 contenenti un premio
  - 2° tavolo: 10 buste di cui 5 contenenti un premio
  - 3° tavolo: 20 buste di cui 6 contenenti un premio

  Da quale tavolo sceglieresti una busta?»

Gli studenti ne hanno discusso con opinioni anche discordanti e hanno infine concluso che

«non importa quante sono le buste con il premio ma il rapporto tra queste e il numero totale delle buste … ».

Quindi la probabilità di un evento, *P(E)*, è data dal rapporto tra il numero di casi favorevoli, *f* e il numero dei casi possibili, *n*:

$$P(E) = \frac{numero\ di\ casi\ favorevoli}{numero\ dei\ casi\ possibili} = \frac{f}{n}$$ (definizione classica).

argomenti proposti e discussi in classe:
il problema di Monty hall 1

Agli studenti è stato proposto il dilemma di Monty Hall proiettando il video

“*Il dilemma di Monty Hall - A beautiful mind*”

Il problema deriva da un gioco televisivo, nel quale vengono mostrate ad un concorrente tre porte chiuse; dietro ad una si trova un’automobile mentre ciascuna delle altre due nasconde una capra. Il giocatore può scegliere una delle tre porte vincendo il premio corrispondente. Dopo che il giocatore ha scelto una porta, ma non l’ha ancora aperta, il conduttore dello show, che conosce ciò che si trova dietro ogni porta, apre una delle altre due che nasconde una capra e offre al giocatore la possibilità di cambiare la scelta iniziale; cambiare la porta migliora le chance del giocatore di vincere l’automobile?

Gli studenti hanno discusso sulla convenienza del cambio ma molti hanno concluso che:

«il cambio non migliora la probabilità di vittoria, ritenendo che, essendo rimaste due porte chiuse, la probabilità di vittoria sia del 50%».

argomenti proposti e discussi in classe:
il problema di Monty hall 2

Gli studenti, guidati dall'insegnante, alla fine hanno concluso che, secondo il calcolo delle probabilità, il cambio risulta favorevole e per verificarlo sperimentalmente è stato loro proposto un gioco con venti porte anziché tre (in modo da aumentare la differenza di probabilità di vittoria cambiando la scelta della porta): …

argomenti proposti e discussi in classe:
il problema di Monty hall 3

… dopo che lo studente aveva scelto una porta, ma non l’aveva ancora aperta, il conduttore del gioco ha aperto 18 porte (dietro le quali egli sapeva che si nascondeva una capra) lasciandone chiuse solo due, una delle quali era quella inizialmente scelta dal giocatore e l’altra era quella che nascondeva l’auto. A quel punto veniva chiesto al giocatore se voleva cambiare la scelta fatta.

A turno tutti gli studenti hanno giocato e … tutti coloro che hanno cambiato la scelta iniziale hanno vinto (virtualmente!) l’auto, nessuno di coloro che ha mantenuto la scelta iniziale ha avuto altrettanta fortuna!

Perché?

Nel caso con tre porte $P(E) = 1/3$ se si mantiene la scelta inizialmente fatta e $P(E)$ sale a $2/3$ cambiando la scelta effettuata.

Nel caso con 20 porte la differenza tra le due probabilità di vittoria aumenta drasticamente:

$P(E) = 1/20$ se si mantiene la scelta inizialmente fatta e $P(E) = 19/20$ cambiando la scelta effettuata.

argomenti proposti e discussi in classe:
frazioni

Il calcolo della probabilità di eventi in diverse situazioni ha permesso di riprendere il concetto di frazione e delle operazioni con esse.

Per consolidare le conoscenze pregresse, gli studenti sono stati chiamati a risolvere esercizi su:

- semplificazione di una frazione
- ordinamento dei numeri su una retta
- riduzione di frazioni allo stesso denominatore (mcm, MCD),
- trasformazione una frazione in numero decimale e percentuale e viceversa
- trasformazione una frazione in numero e viceversa
- operazioni tra frazioni.

argomenti proposti e discussi in classe:
un po’ di storia

Ma quando è nato il calcolo delle probabilità?

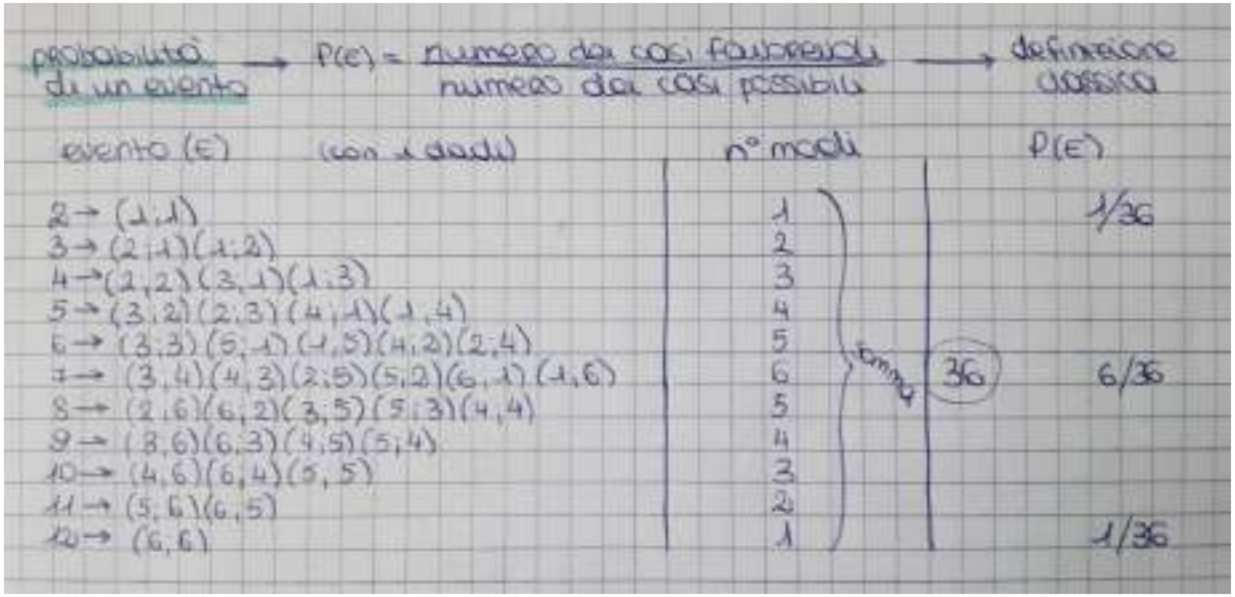
Nel passato uno dei passatempi preferiti, citato anche nella Divina Commedia, era il gioco della Zara: a turno ogni giocatore chiama un numero da 3 a 18 e poi lancia tre dadi; vince chi per primo ottiene il punteggio pari al numero chiamato.

Intorno al 1630, alcuni gentiluomini fiorentini posero a Galileo un quesito: "Perché alcune somme escono più frequentemente di altre?"

Per rispondere alla domanda sono state proposte agli studenti alcune attività con i dadi …

argomenti proposti e discussi in classe:
attività con due dadi 1

Per semplificare la situazione agli studenti è stato proposto di giocare con due soli dadi, invece di tre: hanno elencato lo spazio degli eventi del lancio di due dadi e tutte le coppie che danno come risultato ciascun evento



è stato poi dato a ciascuno studente il compito di lanciare (a casa) 100 volte la coppia di dadi annotando le somme ottenute.

argomenti proposti e discussi in classe:
attività con due dadi 2

I dati raccolti dagli studenti sono stati elaborati con Excel in laboratorio di informatica:

questo ha permesso di introdurre la definizione frequentista della probabilità *P(E)* di un evento, come rapporto tra il numero di volte, *f*, in cui un evento si verifica e il numero totale, *n*, delle prove effettuate:

$$P(E) = \frac{\text{numero delle prove favorevoli}}{\text{numero delle prove effettuate}} = \frac{f}{n}$$

Questa probabilità è stata confrontata con la probabilità teorica attesa, ottenuta con la probabilità classica, con un istogramma Excel.

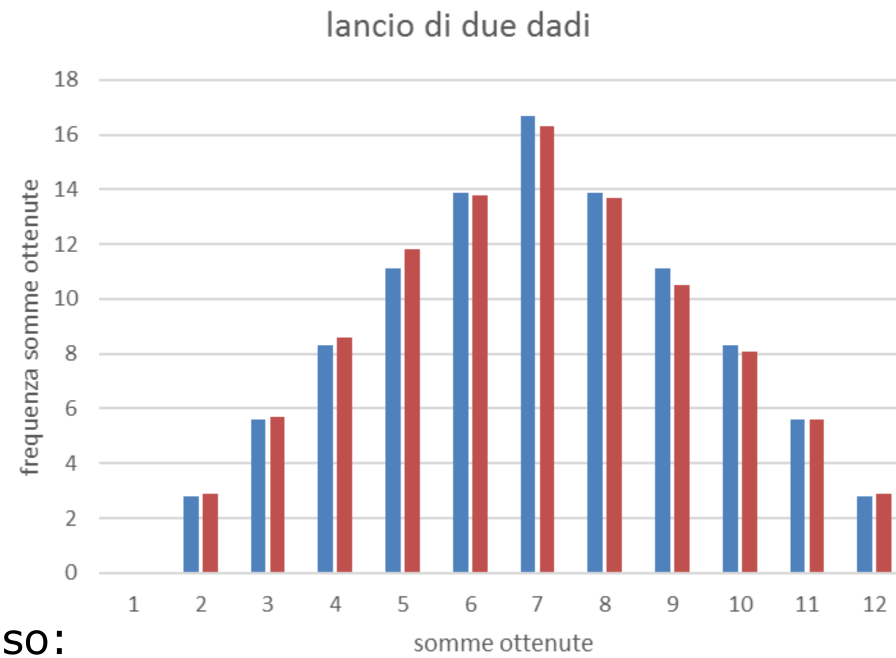
attività in laboratorio di informatica:
attività con due dadi 3

- Gli studenti nel laboratorio di informatica hanno:
  - imparato a usare il foglio di calcolo Excel;
  - inserito i risultati ottenuti da ciascuno di loro;
  - calcolato la probabilità di ciascuna somma sia con la definizione classica che con quella frequentista;
  - confrontato le due probabilità ottenute.

	somma 2	somma 3	somma 4	somma 5	somma 6	somma 7	somma 8	somma 9	somma 10	somma 11	somma 12	
												0
freq. CATERINA	3	2	14	8	15	14	17	13	6	4	4	100
freq. GIOVANNI B.	4	5	6	10	11	20	12	11	9	7	5	100
freq. FRANCESCA	2	10	8	18	13	14	13	9	7	5	1	100
freq- CHIARA B.	1	3	13	9	20	13	12	10	8	6	5	100
freq. ELENA-ANNA	2	7	7	8	15	16	11	14	12	6	2	100
freq. FEDERICA	5	6	7	12	13	17	9	10	12	7	2	100
freq. CHIARA C.	6	7	11	8	11	19	13	11	8	5	1	100
freq. CLAUDIA	1	4	10	15	14	17	18	5	5	7	4	100
freq. ASIA	2	3	5	20	8	17	18	9	5	11	2	100
freq. GIORGIA	2	3	8	13	14	23	18	10	7	2	0	100
freq. FRANCESCA L.	1	4	3	14	14	20	14	14	10	3	3	100
freq. LAURA	5	3	8	13	15	14	14	11	10	4	3	100
freq. GIOVANNI M.	2	6	13	18	14	13	10	9	6	6	3	100
freq. ETTORE	6	11	9	10	8	10	7	12	8	12	7	100
freq. FRANCESCO	3	9	13	6	14	17	17	8	10	2	2	101
freq. ANTONIETTA	0	3	3	0	4	4	2	2	2	0	0	20
freq. BENEDETTA	2	7	2	9	21	16	17	13	6	4	3	100
totale frequenze	47	93	140	191	224	264	222	171	131	91	47	1621
frequenza percentuale	2,9	5,7	8,6	11,8	13,8	16,3	13,7	10,5	8,1	5,6	2,9	
probalità teorica attesa	2,8	5,6	8,3	11,1	13,9	16,7	13,9	11,1	8,3	5,6	2,8	

attività in laboratorio di informatica:
attività con due dadi 4

Dai risultati ottenuti in tabella gli studenti hanno creato con Excel il seguente istogramma:

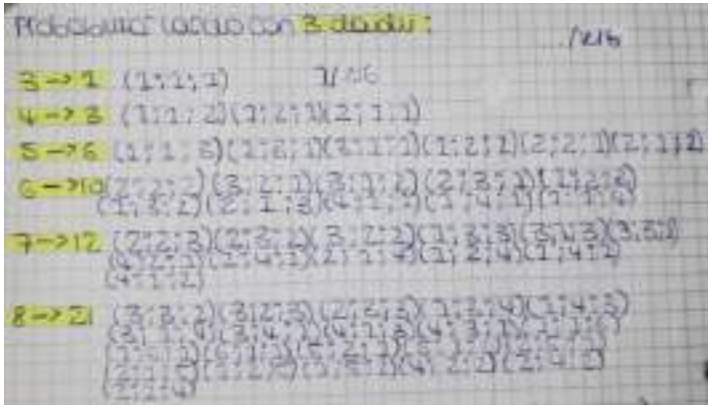


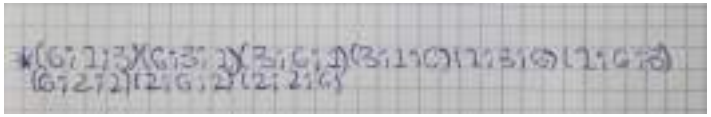
Gli studenti hanno concluso:

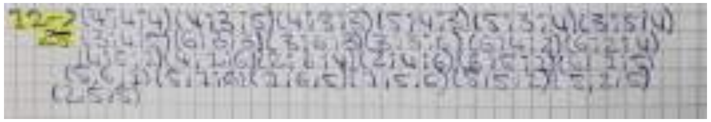
«quando il numero di lanci effettuati è piuttosto elevato le frequenze percentuali assumono valori vicini alla probabilità teorica attesa».

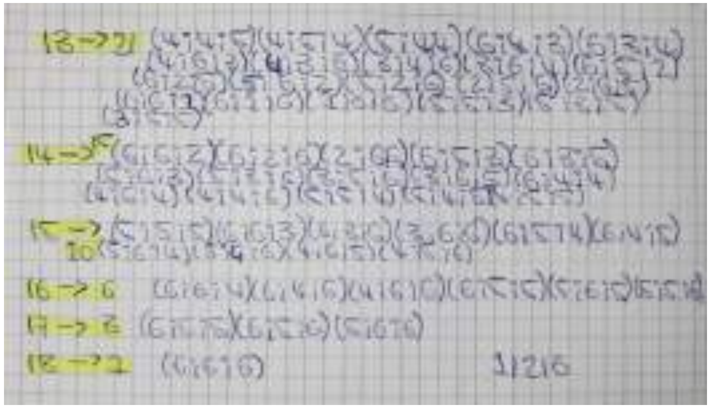
argomenti proposti e discussi in classe:
attività con tre dadi - gioco della zara

… e ritornando al gioco della zara, gli studenti hanno elencato lo spazio degli eventi del lancio dei tre dadi e tutte le terne che danno come risultato ciascun evento.









Gli studenti deducono quindi che «alcune somme si ottengono in un numero di casi maggiore rispetto ad altre, quindi conviene scommettere sui risultati 10 e 11».

argomenti proposti e discussi in classe:
insiemi 1

- L’attività eseguita sul lancio dei dadi ha fornito lo spunto per introdurre:
  - una riflessione sulla legge dei grandi numeri;
  - gli insiemi a partire dallo spazio campionario degli eventi;
  - il prodotto cartesiano degli eventi per la determinazione del numero di coppie favorevoli e di quelle possibili.

argomenti proposti e discussi in classe:
insiemi 2

A questo punto l’insegnante ha gradualmente proposto situazioni in cui gli studenti hanno discusso, elaborato e progressivamente acquisito i concetti e le operazioni conseguenti per

- l’unione e intersezione di eventi
- eventi compatibili e incompatibili
- evento contrario

e parallelamente le operazioni di:

- unione e intersezione di insiemi
- differenza tra insiemi
- insieme complementare
- prodotto cartesiano
- partizione di un insieme
- insieme delle parti

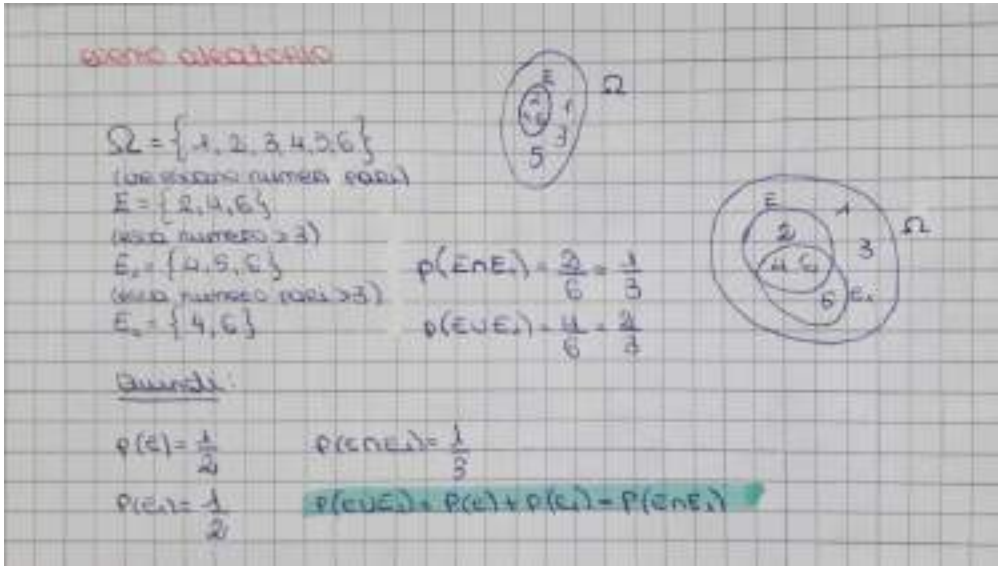
anche utilizzando grafi ad albero e diagrammi cartesiani.

Nel seguito vengono presentati documenti relativi a questa fase di lavoro condotta in modo da verificare passo dopo passo l’acquisizione da parte degli studenti dei concetti e delle operazioni connesse.

argomenti proposti e discussi in classe:
esercizio 1

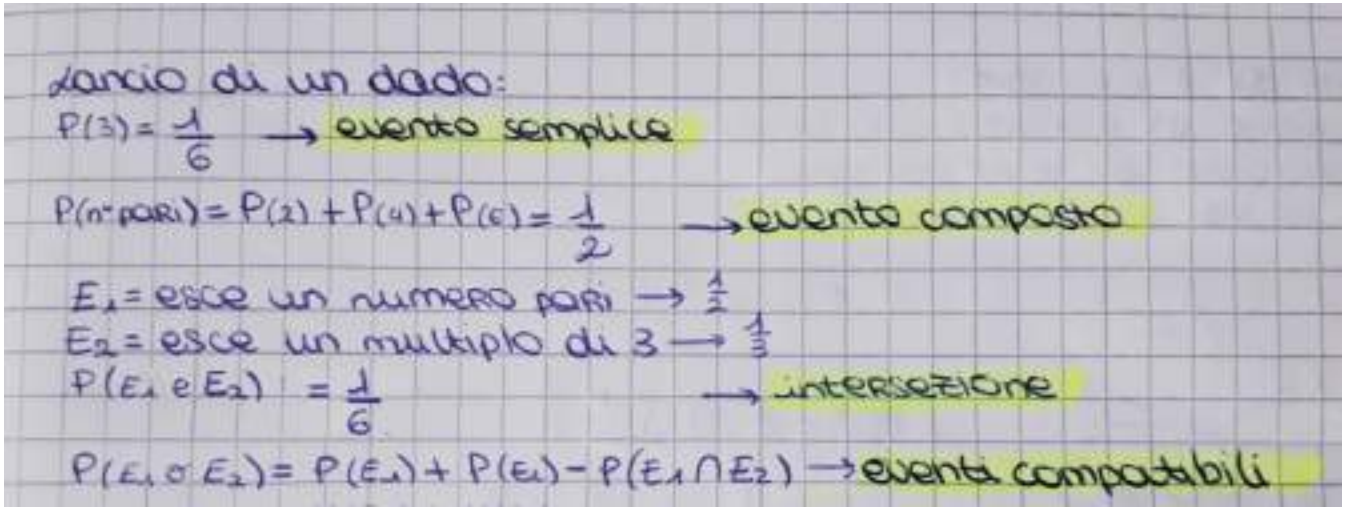
Gli studenti hanno risolto esercizi di probabilità utilizzando gli insiemi, …

Nel lancio di un dado, considera i due eventi seguenti:
E = «esce un numero pari», E_1 = «esce un numero maggiore di 3».
Scrivi lo spazio campionario e calcola la probabilità
a) che esca un numero pari maggiore di 3,
b) che il numero uscito sia pari o maggiore di 3.



argomenti proposti e discussi in classe:
esercizio 2

… riconoscendo eventi compatibili e incompatibili, …


Lancio di un dado:

$P(3) = \frac{1}{6}$ → evento semplice

$P(n° \text{ pari}) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{1}{2}$ → evento composto

E_1 = esce un numero pari → $\frac{1}{2}$

E_2 = esce un multiplo di 3 → $\frac{1}{3}$

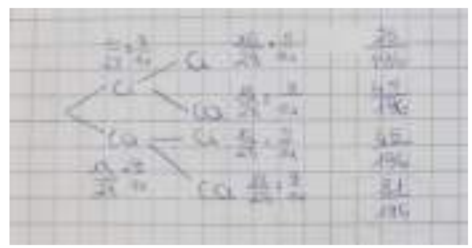
$P(E_1 \text{ e } E_2) = \frac{1}{6}$ → intersezione

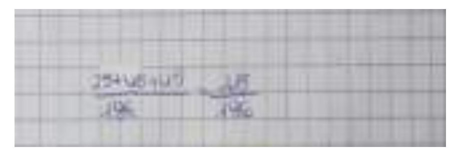
$P(E_1 \text{ o } E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$ → eventi compatibili

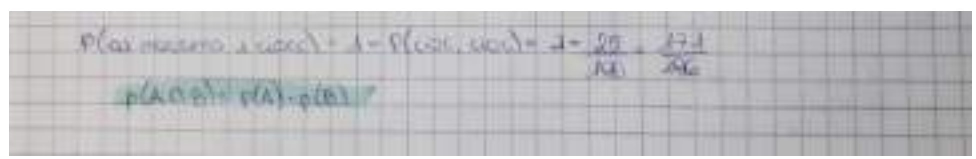
argomenti proposti e discussi in classe:
esercizio 3

… utilizzando i grafi ad albero e la probabilità dell’evento contrario, …

Una scatola contiene 10 cioccolatini e 18 caramelle; si fanno due estrazioni con reimmissione. Calcola la probabilità che venga estratto
a) almeno un cioccolatino,
b) al massimo un cioccolatino.







argomenti proposti e discussi in classe:
esercizio 4

… utilizzando i grafi ad albero e il prodotto cartesiano, …

Calcola la probabilità che lanciando due volte un dado esca il numero 6 almeno una volta.

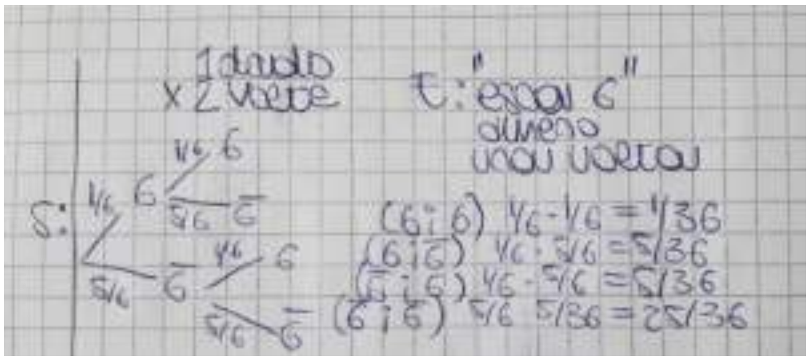
Esempi di esercizio svolto da tre studentesse: A, B e C.

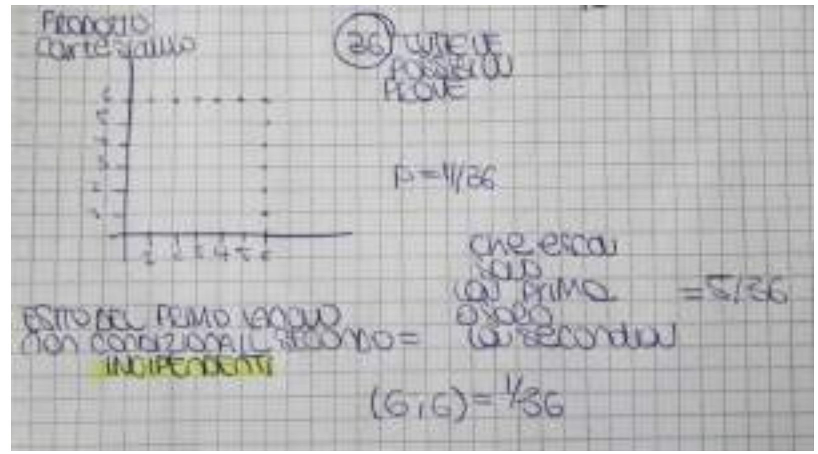
A)

B)

argomenti proposti e discussi in classe:
esercizio 4 e 5

C)





Un altro esercizio:

Calcola la probabilità che lanciando due volte un dado:

a) esca un numero pari al primo lancio,

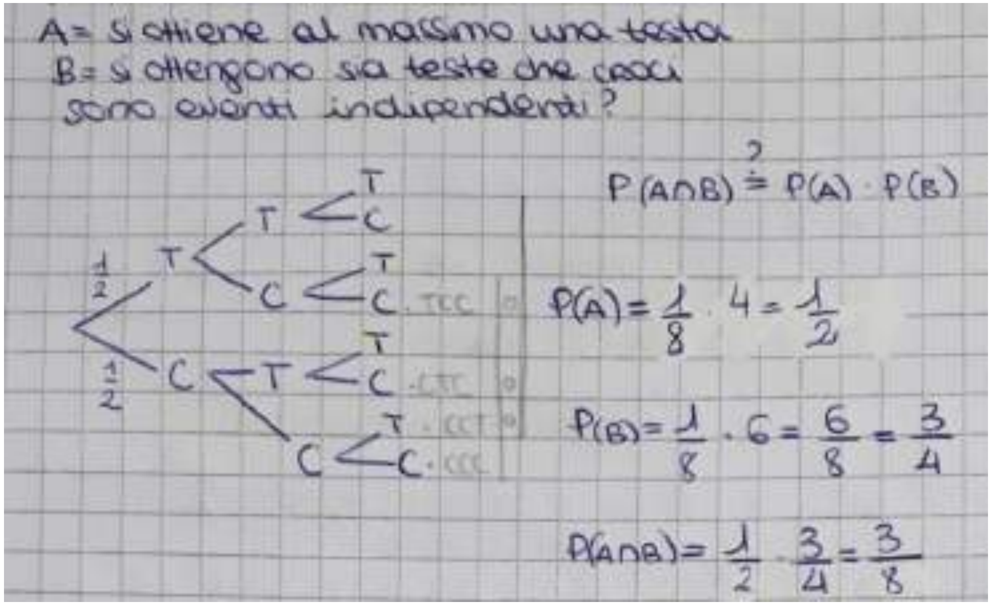
b) esca lo stesso numero in entrambi i lanci,

c) il numero uscito al primo lancio sia maggiore di quello ottenuto con il secondo lancio.

argomenti proposti e discussi in classe:
esercizio 6

… riconoscendo eventi indipendenti …

Si lancia tre volte una moneta; stabilisci se i due eventi A = «esce al massimo una testa» e B = «escono sia teste che croci» sono eventi indipendenti.



A= si ottiene al massimo una testa
B= si ottengono sia teste che croci
sono eventi indipendenti?

$P(A\cap B) \stackrel{?}{=} P(A)\cdot P(B)$

$P(A) = \frac{1}{8}\cdot 4 = \frac{1}{2}$

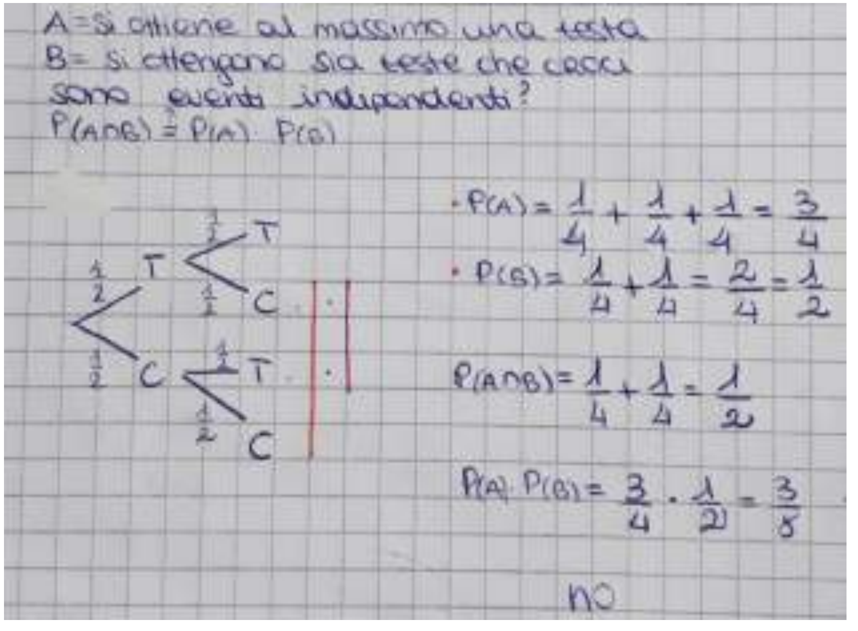
$P(B) = \frac{1}{8}\cdot 6 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$P(A\cap B) = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4} = \frac{3}{8}$

argomenti proposti e discussi in classe:
esercizio 7

… ed eventi dipendenti, …

Si lancia due volte una moneta; stabilisci se i due eventi
A = «esce al massimo una testa» e B = «escono sia teste che croci» sono eventi indipendenti.



A = si ottiene al massimo una testa
B = si ottengono sia teste che croci
sono eventi indipendenti?
$P(A \cap B) \overset{?}{=} P(A) \cdot P(B)$

$P(A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$P(B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

no

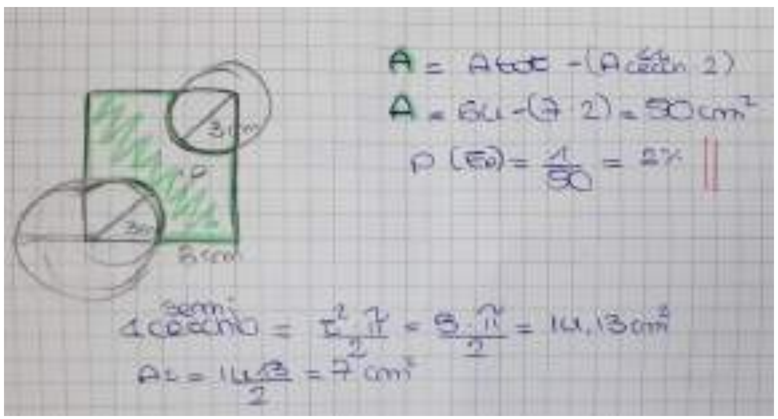
argomenti proposti e discussi in classe:
esercizio 8

… applicata alla geometria, …

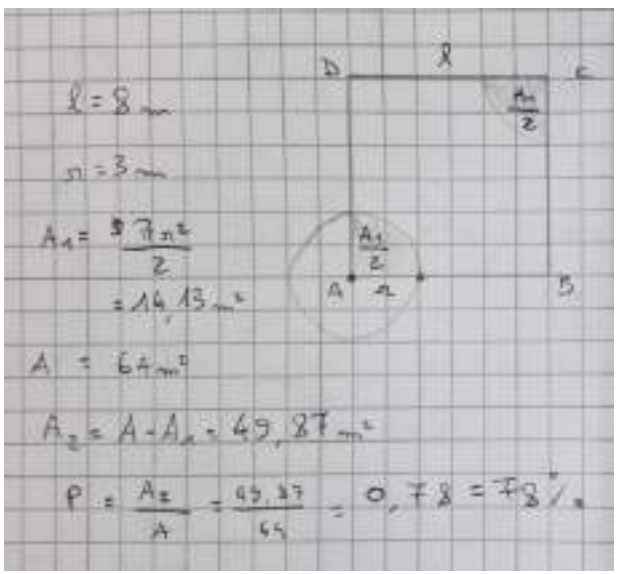
Dato un quadrato di 8 m, calcola la probabilità che, prendendo un punto del quadrato, esso disti almeno 3 m da due vertici opposti.

Esempi di esercizio svolto da tre studenti:

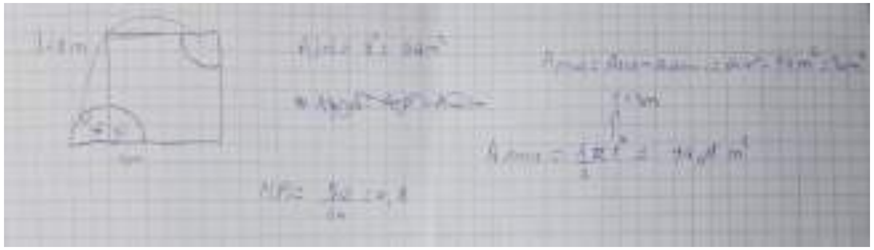
a)



b)



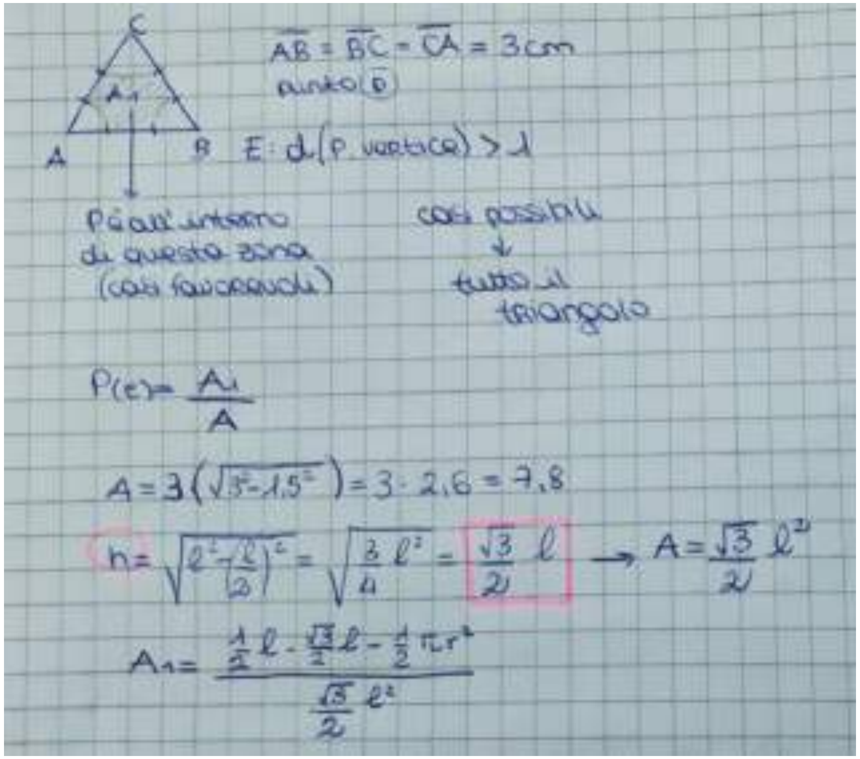
c)



argomenti proposti e discussi in classe:
esercizio 9

…

Scelto a caso un punto P all'interno di un triangolo equilatero il cui lato ha lunghezza 3, determina la probabilità che la distanza di P da ogni vertice sia maggiore di 1.



argomenti proposti e discussi in classe:
probabilità condizionata

A questo punto l'insegnante ha gradualmente proposto situazioni in cui gli studenti hanno discusso, elaborato e progressivamente acquisito i concetti relativi a:

- la probabilità condizionata
- il teorema di Bayes
- il gioco equo

Nel seguito vengono presentati documenti relativi a questa fase di lavoro condotta in modo da verificare passo dopo passo l'acquisizione da parte degli studenti dei concetti affrontati.

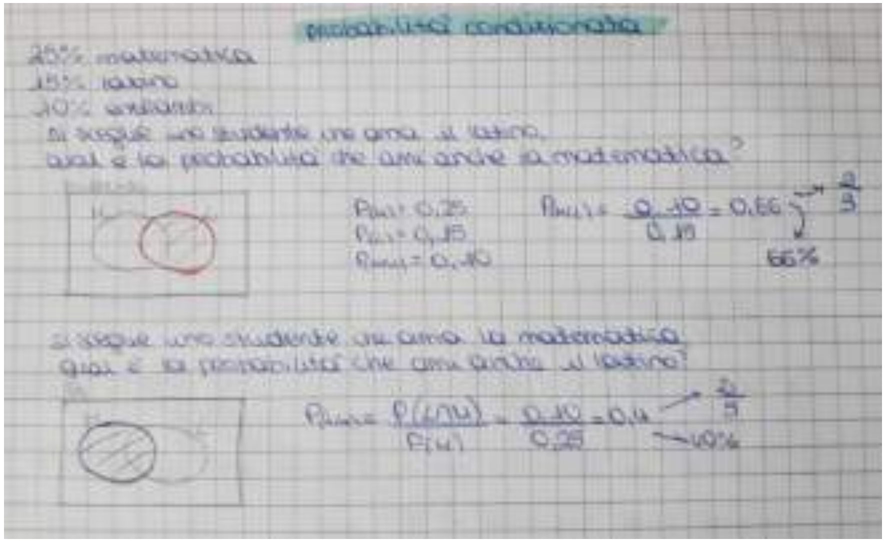
argomenti proposti e discussi in classe:
probabilità condizionata - esercizio 1

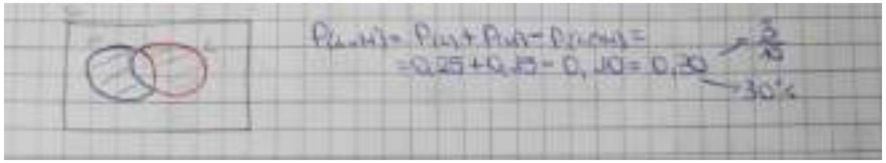
In un liceo, il 25% degli studenti ama la matematica, il 15 % ama il latino e il 10% ama sia la matematica sia il latino. Viene scelto a caso uno studente

a) Se egli ama il latino, qual è la probabilità che ami anche la matematica?

b) Se egli ama la matematica, qual è la probabilità che ami anche il latino?

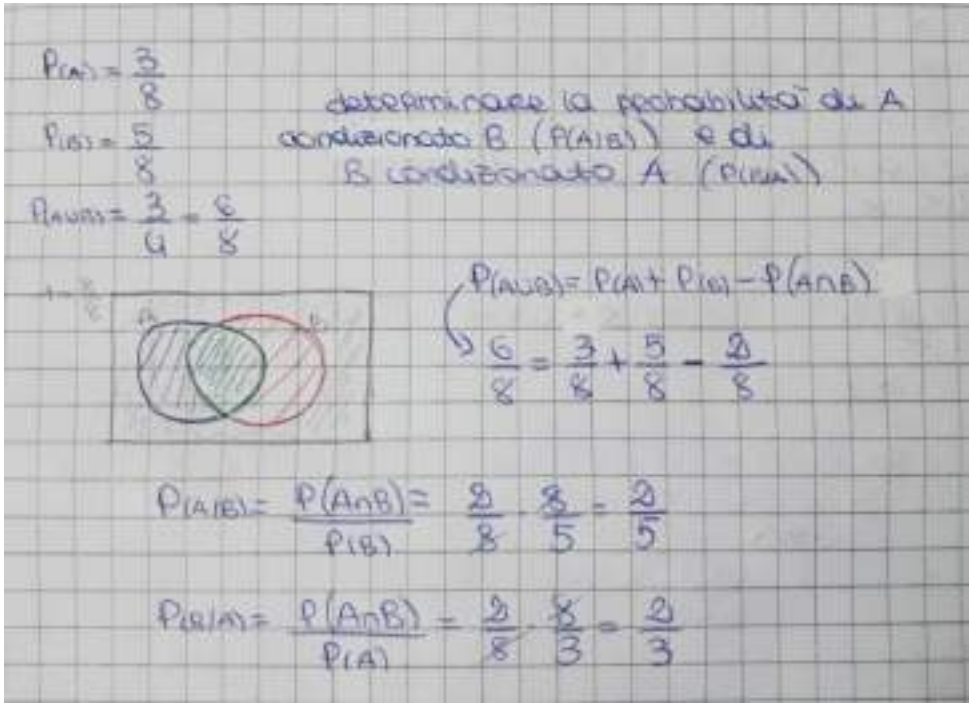
c) Qual è la probabilità che ami almeno una delle due materie?





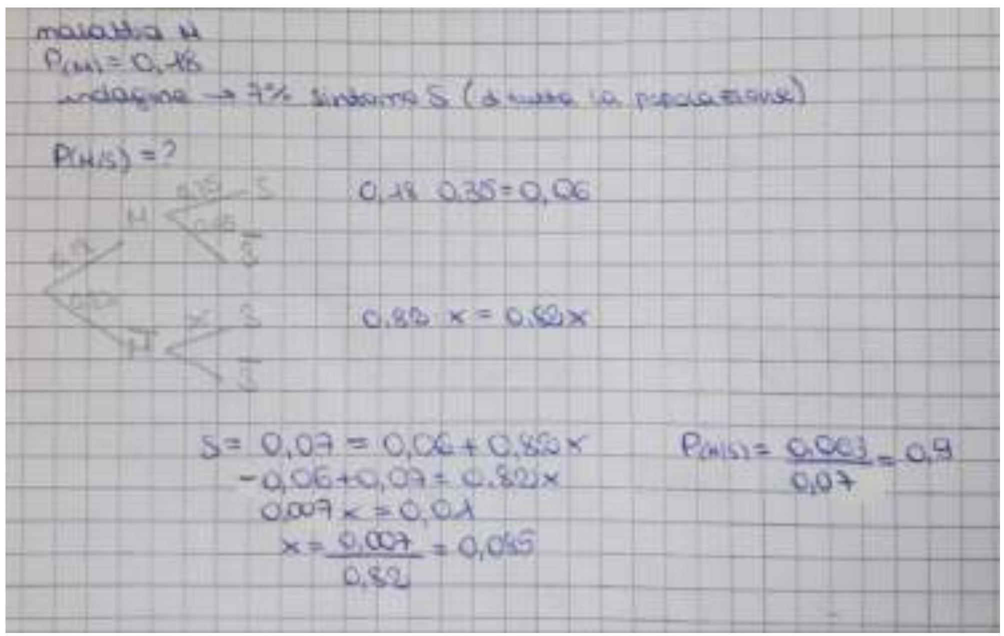
argomenti proposti e discussi in classe:
probabilità condizionata - esercizio 2

Siano A e B eventi con P(A) = 3/8, P(B) = 5/8, P(A U B) = 3/4.
Calcola la probabilità condizionata: a) P(A|B) e b) P(B|A).



argomenti proposti e discussi in classe:
probabilità condizionata - esercizio 3

In una certa popolazione la probabilità che un individuo sia affetto dalla malattia M è il 18%. A seguito di opportune indagini epidemiologiche si constata che, mentre il 7% degli individui di quella popolazione presenta un dato sintomo S, tra coloro che sono affetti dalla malattia M, la percentuale di chi presenta il sintomo sale al 35%. Calcola la probabilità che il sintomo S sia un indicatore della presenza della malattia M.



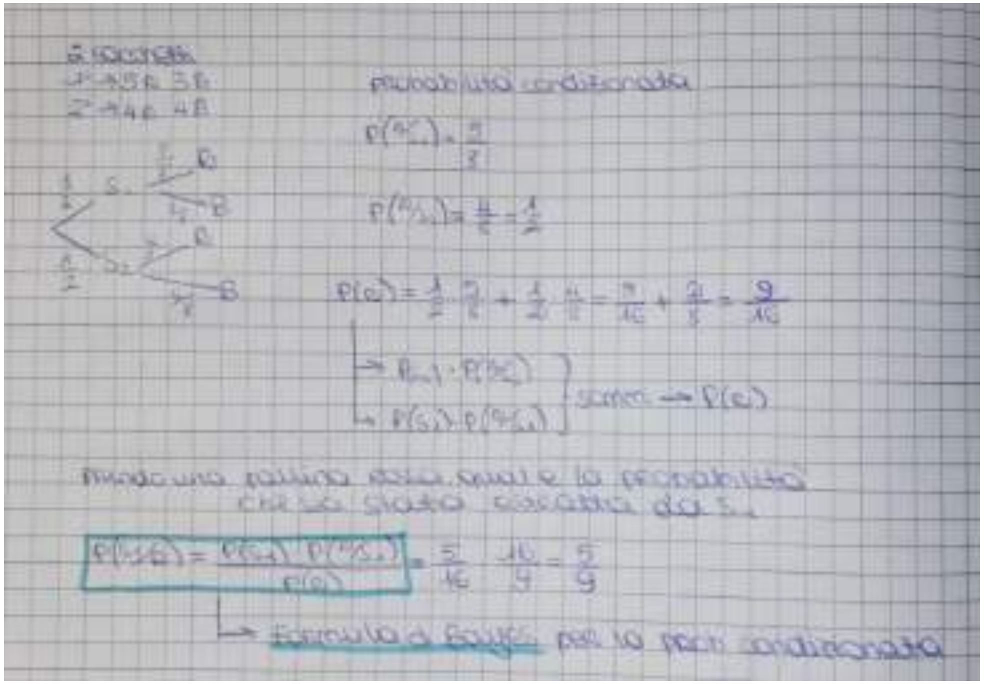
argomenti proposti e discussi in classe:
probabilità condizionata - esercizio 4

… applicando anche il teorema di Bayes …

Due sacchetti contengono biglie rosse e blu. Il primo contiene 5 biglie rosse e 3 blu, il secondo 4 biglie rosse e 4 blu.

a) Calcola la probabilità che estraendo una biglia da uno dei due sacchetti essa sia rossa.

b) Se è uscita una pallina rossa, calcola la probabilità che essa sia stata estratta dal primo sacchetto.

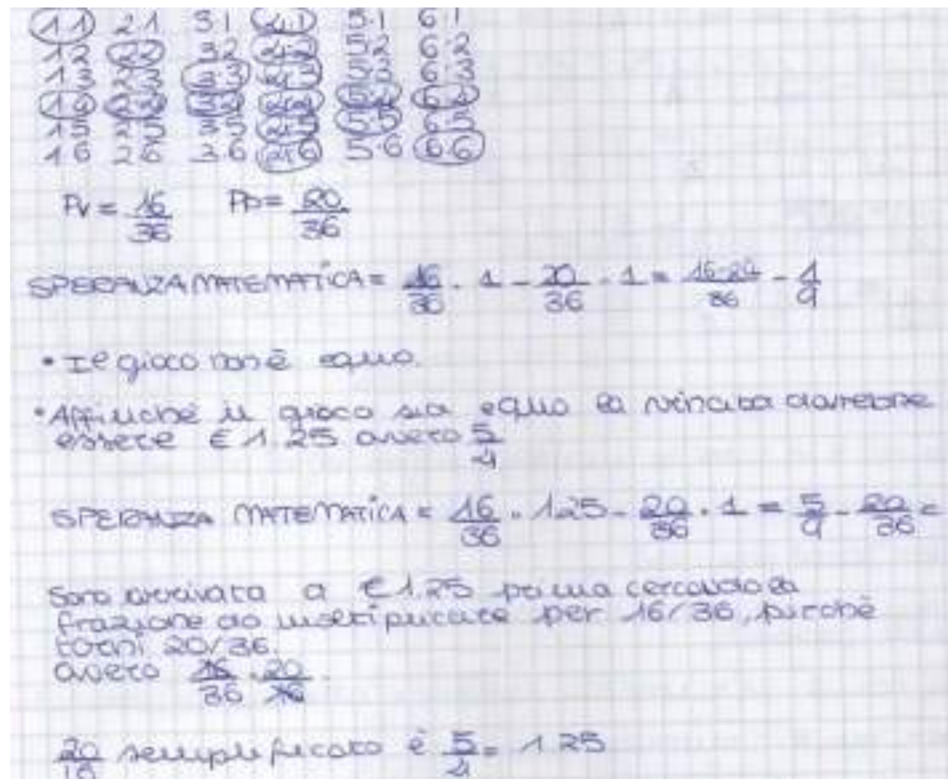


argomenti proposti e discussi in classe:
gioco equo - esercizio

… e hanno riconosciuto se un gioco è equo oppure no.

L’argomento è stato introdotto proponendo agli studenti il file "Giochi di sorte" e facendo vedere il video in esso indicato.

Si lanciano contemporaneamente due dadi. Se escono due numeri uguali o almeno uno dei due è il quattro, vinciamo 1 euro, altrimenti perdiamo 1 euro.
a) Il gioco è equo?
b) Quanto dovrei vincere affinché il gioco sia equo (rimanendo invariata la perdita di 1 euro)?



1 1 2 1 3 1 4 1 5 1 6 1
1 2 2 2 3 2 4 2 5 2 6 2
1 3 2 3 3 3 4 3 5 3 6 3
1 4 2 4 3 4 4 4 5 4 6 4
1 5 2 5 3 5 4 5 5 5 6 5
1 6 2 6 3 6 4 6 5 6 6 6

$P_V = \frac{16}{36}$ $P_P = \frac{20}{36}$

SPERANZA MATEMATICA $= \frac{16}{36} \cdot 1 - \frac{20}{36} \cdot 1 = \frac{16-20}{36} - \frac{4}{9}$

• Il gioco non è equo.

• Affinché il gioco sia equo la vincita dovrebbe essere € 1.25 ovvero $\frac{5}{4}$

SPERANZA MATEMATICA $= \frac{16}{36} \cdot 1.25 - \frac{20}{36} \cdot 1 = \frac{5}{9} - \frac{20}{36} =$

Sono arrivata a € 1.25 prima cercando la frazione da moltiplicare per 16/36, perché desse 20/36.
ovvero $\frac{16}{36} \cdot \frac{20}{36}$.

$\frac{20}{16}$ semplificato è $\frac{5}{4} = 1.25$

argomenti proposti

A questo punto l'insegnante ha proposto esercizi in cui gli studenti hanno consolidato le conoscenze acquisite relative ai concetti affrontati.

Nel seguito vengono presentati documenti relativi a questa fase di lavoro condotta sia con lavori individuali che di gruppo con lo scopo di controllare che almeno le competenze minime richieste fossero state acquisite dalla maggior parte degli alunni.

un esempio di svolgimento dell'esercizio n.1 eseguito in classe dagli studenti:

A) soluzione corretta

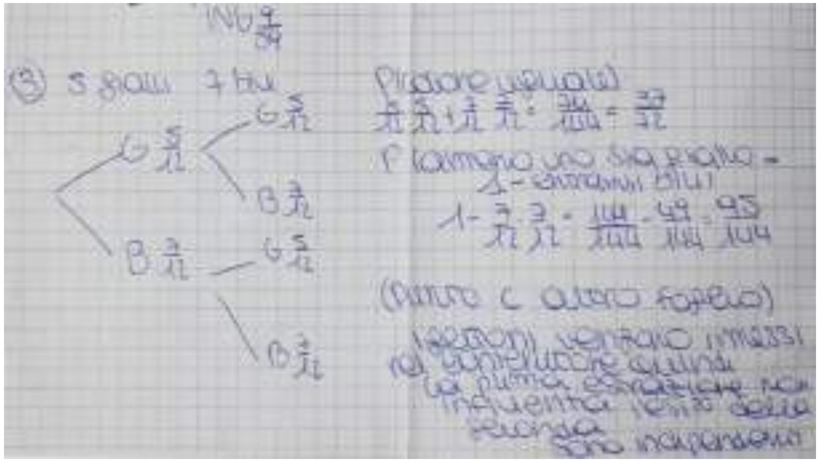
Un sacchetto contiene cinque gettoni gialli numerati da 1 a 5 e sette gettoni blu numerati da 1 a 7. Si estraggono successivamente due gettoni, rimettendo ogni volta il gettone estratto nel sacchetto. Calcola la probabilità che:

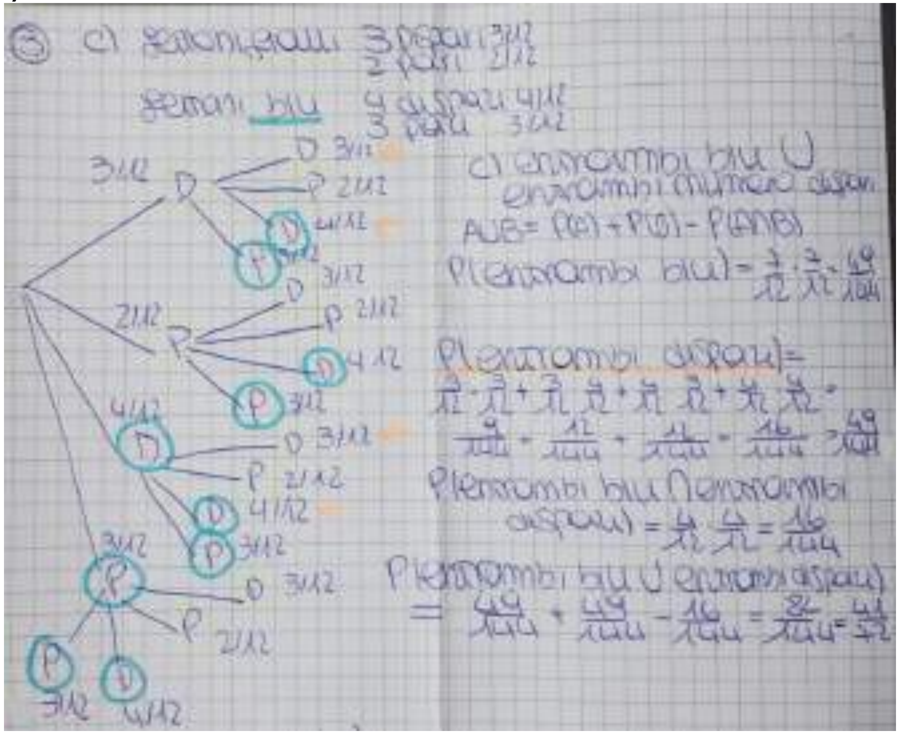
a) i gettoni estratti siano dello stesso colore;

b) almeno un gettone estratto sia giallo;

c) i gettoni estratti siano entrambi blu o rechino entrambi un numero dispari.

A) Soluzione corretta

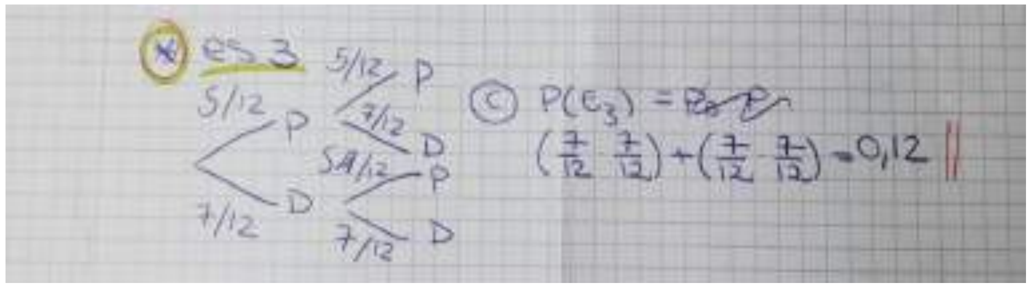




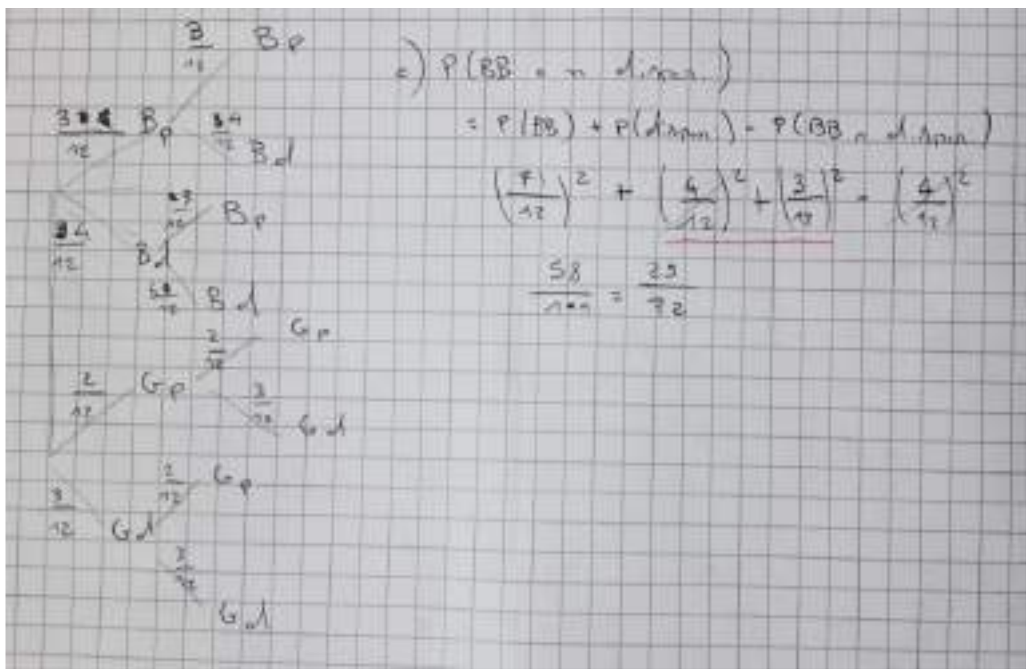
un esempio di svolgimento dell’esercizio n.1 eseguito in classe dagli studenti:

B) soluzioni non corrette

B1)



B2)



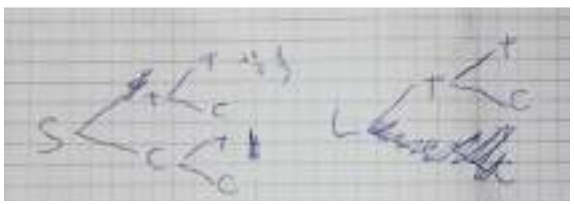
due esempi di svolgimento dell'esercizio n.2 eseguito in classe dagli studenti:

A) soluzione corretta B) soluzione non corretta

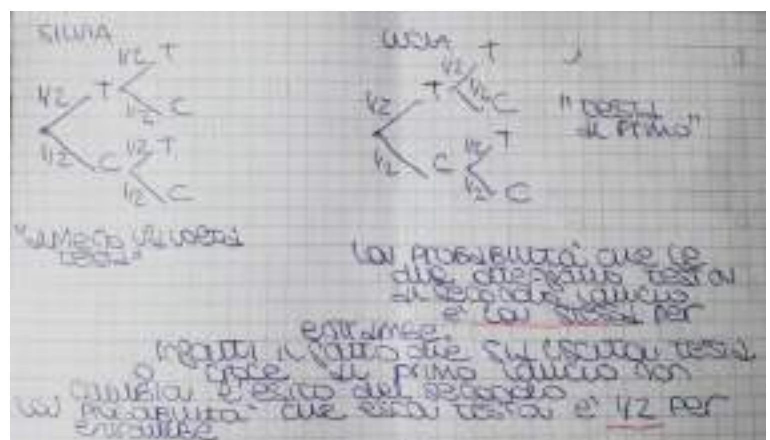
Silvia lancia due volte una moneta e ottiene "almeno una volta testa"; Luca lancia due volte una moneta e ottiene "testa al primo lancio".

La probabilità che anche l'altro lancio abbia avuto come esito "testa" è la stessa per Silvia e Luca? Motiva la risposta.

A) Soluzione corretta



B) Soluzione non corretta

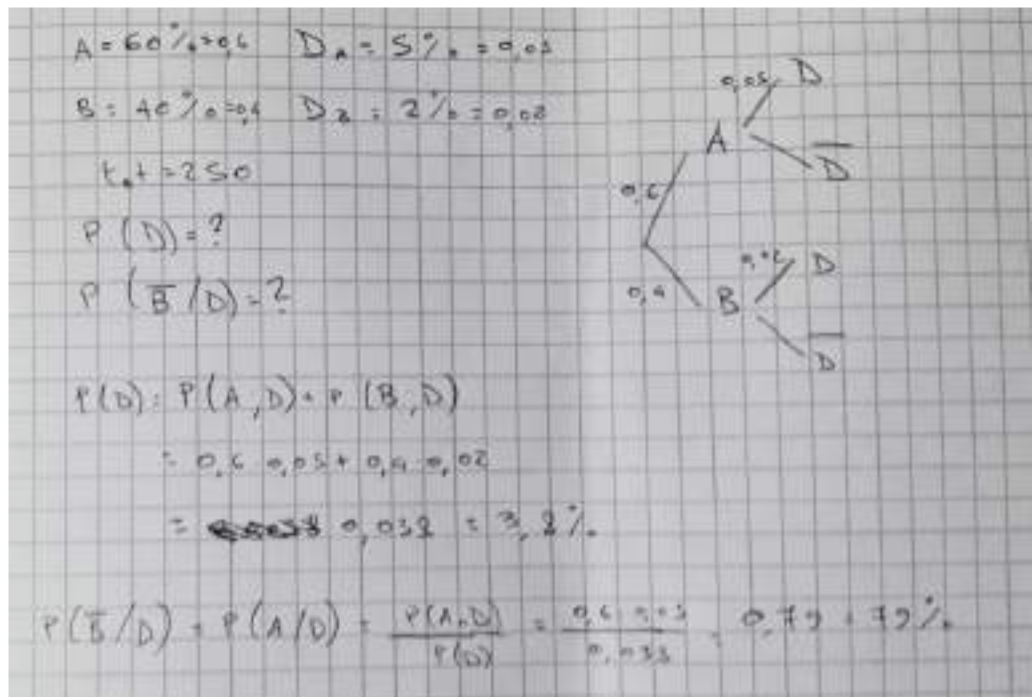


due esempi di svolgimento dell'esercizio n.3 eseguito in classe dagli studenti:
A) soluzione corretta

Due macchine A e B producono rispettivamente il 60% e il 40% del totale dei pezzi prodotti in una fabbrica. I pezzi difettosi prodotti da A sono il 5% e quelli prodotti da B sono il 2%. Si sceglie a caso un pezzo tra quelli di un lotto di 250. Qual è la probabilità che

- *il pezzo estratto sia difettoso?*
- *se il pezzo estratto è difettoso non provenga dalla macchina B?*

A) Soluzione corretta



$A = 60\% = 0,6 \quad D_A = 5\% = 0,05$

$B = 40\% = 0,4 \quad D_B = 2\% = 0,02$

$tot = 250$

$P(D) = ?$

$P(\bar{B}/D) = ?$

$P(D) = P(A,D) + P(B,D)$

$= 0,6 \cdot 0,05 + 0,4 \cdot 0,02$

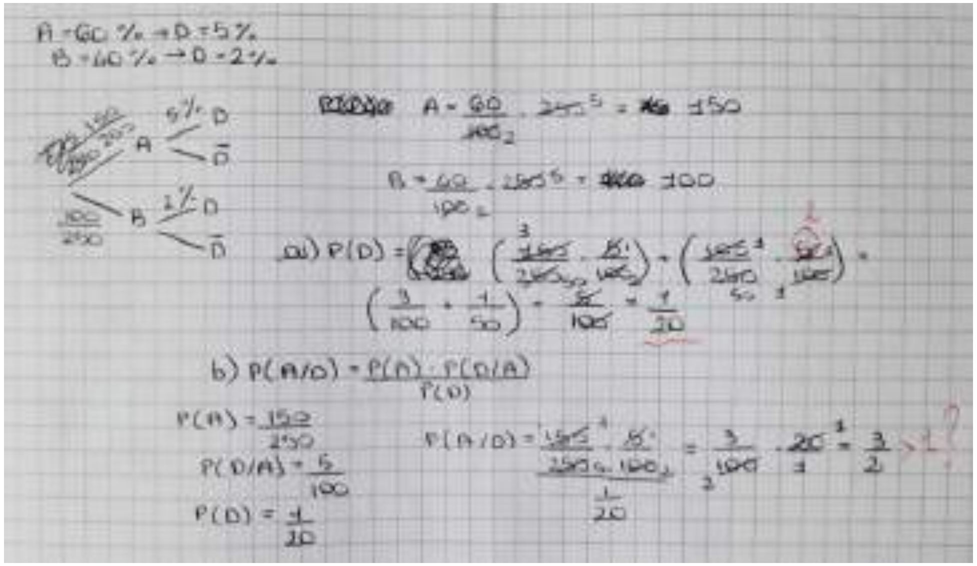
$= 0,038 = 3,8\%$

$P(\bar{B}/D) = P(A/D) = \frac{P(A,D)}{P(D)} = \frac{0,6 \cdot 0,05}{0,038} = 0,79 = 79\%$

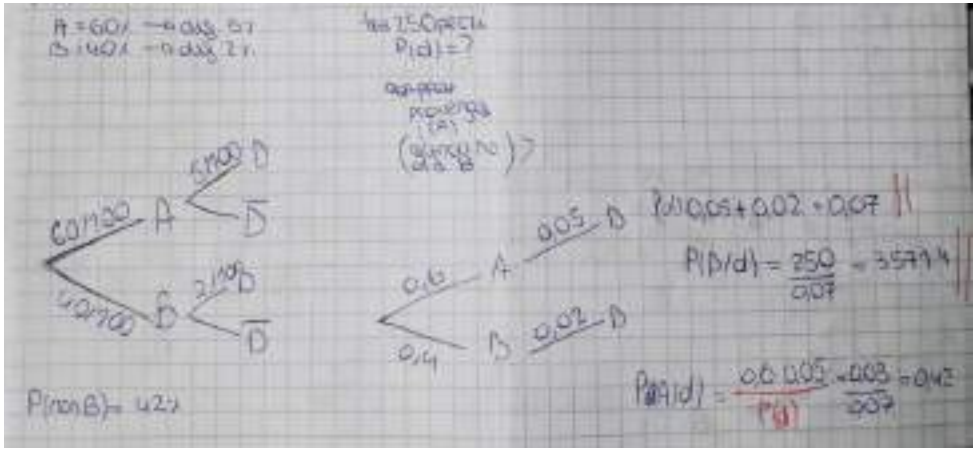
due esempi di svolgimento dell’esercizio n.3 eseguito in classe dagli studenti:

B) soluzioni non corrette

B1)



B2)



verifica (1) eseguita in classe dagli studenti

1. Rappresenta in tutti i modi che conosci l'insieme che rappresenta lo spazio campionario degli eventi se estraiamo una lettera della parola "mamma".

2. Sia A={a, e, i, o, u} dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette e correggere quelle sbagliate:

   $\{a\} \in A$; $a \in A$; $\{a\} \subseteq A$; $A \subseteq A$; $\{\ \} \in A$.

3. Dati gli insiemi A={1, 2} B={1, 2, 3} C={3, 4} verifica che $(A \cup B) \times C = (A \times B) \cup (B \times C)$.

4. Le probabilità di tre eventi A, B, C sono: P(A)=7/8, P(B)=0, 85, P(B)= 75% . Disporre i tre eventi dal meno probabile al più probabile.

5. In una scatola ci sono 4 cioccolatini al latte e 4 cioccolatini fondenti quanti cioccolatini al latte posso aggiungere se voglio che la probabilità di estrarre un cioccolatino al latte sia 4/5?

6. Si lancia una moneta regolare tre volte consecutivamente.
   a) Rappresenta la situazione con un grafo ad albero.
   b) Determina la probabilità che si ottenga testa per la prima volta al primo lancio.
   c) Determina la probabilità che si ottenga testa per la prima volta al secondo lancio.
   d) Determina la probabilità che non si ottenga mai testa.
   e) Considera gli eventi "al primo lancio esce testa", "al secondo lancio esce croce", "al terzo lancio esce testa" (TCT). Dire se gli eventi considerati sono oppure no indipendenti specificando perché e, in caso affermativo, calcolare la probabilità della sequenza TCT sia come prodotto delle probabilità degli eventi sia utilizzando il grafo ad albero.

7. La signora Anna dice "io ho due figli e almeno uno di essi è maschio". La signora Lucia dice "io ho due figli e il minore di essi è maschio". La probabilità che anche l'altro figlio sia maschio è la stessa nei due casi?

8. In un liceo ¼ degli allievi frequentano la prima classe, il 60% degli allievi sono maschi e gli allievi maschi che frequentano la prima sono 1/10 del numero complessivo di allievi del liceo. Scelto a caso un allievo del liceo qual è la probabilità che sia maschio o frequenti la prima? (risolvere il problema sia utilizzando la rappresentazione con i diagrammi di Venn che tramite la probabilità dell'unione di due eventi).

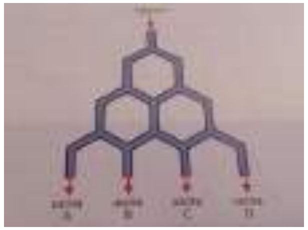
9. Considera un cerchio di raggio 2. Scelto a caso un punto all'interno del cerchio, qual è la probabilità che disti più di 1 cm dal centro del cerchio?

10. Da un mazzo da 52 carte se ne estrae una a caso. Considera i seguenti eventi:
    A: "è uscito un asso"
    B: "è uscito un fante"
    C: " è uscita una carta di quadri"
    D: "è uscita una carta rossa"

    a) Considerando le coppie di eventi AC, AD, AB, BD dire in quali di esse gli eventi sono compatibili e in quali no specificando il motivo.
    b) Determina la probabilità degli eventi A, B, C, D.
    c) Esprimi a parole gli eventi $(A \cap C)$; $(A \cap D)$ e calcola la loro probabilità
    d) Esprimi a parole gli eventi $(A \cup C)$, $(A \cup D)$ e calcola la loro probabilità.
    e) Esprimi a parole gli eventi $\overline{A}$, $\overline{B}$ e calcola la loro probabilità.

11. In un cassetto ci sono 9 calzini di 3 colori diversi: verde, rosso e blu (3 verdi, 3 rossi, 3 blu).
    a) Quanti calzini devo estrarre per averne sicuramente 2 dello stesso colore?
    b) Se estraiamo 2 calzini (senza rimettere quello estratto nel cassetto) qual è la probabilità che 2 siano dello stesso colore?

12. **Dispositivo di Galton**



Una pallina scende lungo la guida rappresentata in figura. A ogni diramazione la probabilità di imboccare la via di sinistra è la stessa di imboccare la via di destra.

a) Da quali delle uscite A, B, C, D è più probabile che la pallina esca dopo aver completato il suo percorso?
b) Da quali delle uscite A, B, C, D è meno probabile che la pallina esca dopo aver completato il suo percorso?
c) Perché?

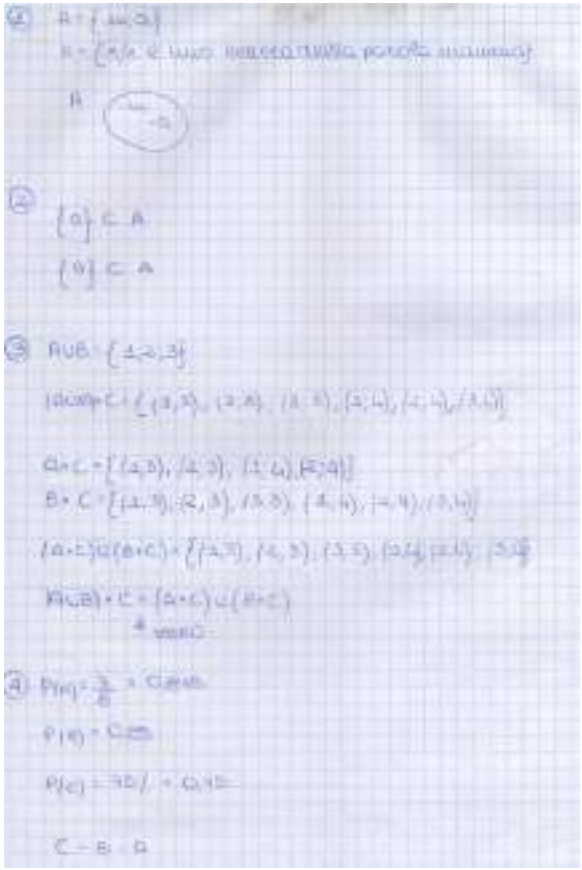
13. Se P(A)=1/3, P(B)=2/5 e P(AUB)=2/3 è possibile stabilire se gli eventi sono compatibili o incompatibili?

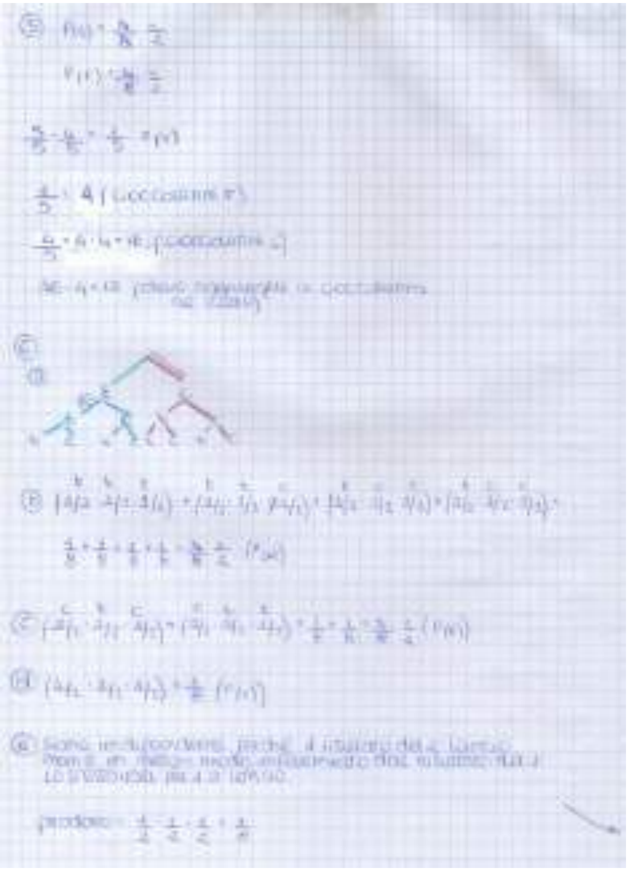
14. Considera l'estrazione di un numero dal sacchetto della tombola. Siano A, B gli eventi:
    A = "esce un numero pari" B = "esce un numero dispari"

    Determina: P(A), P(B), P$(A \cup B)$, P$(A \cap B)$.

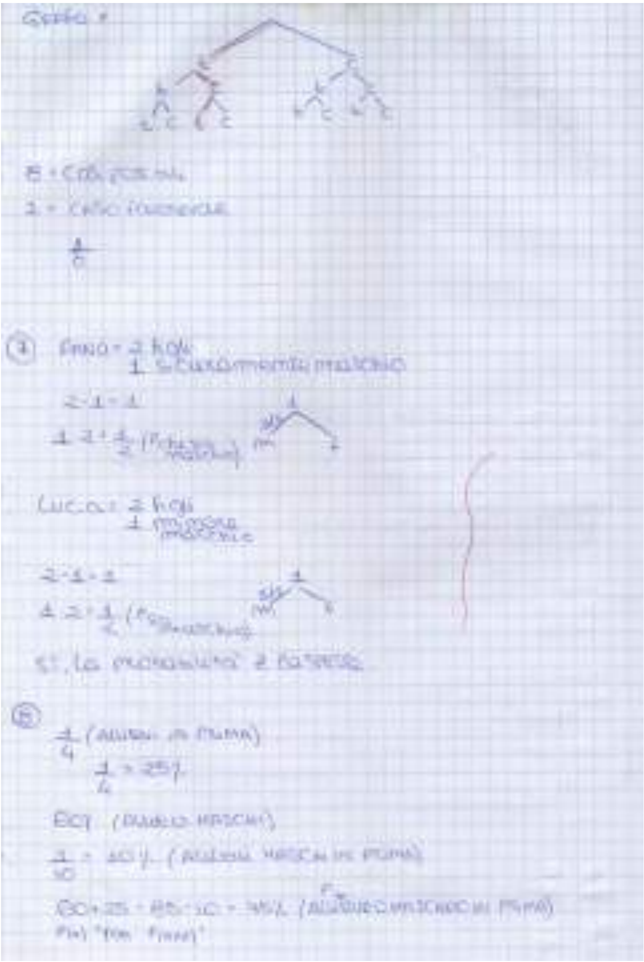
    Possiamo dire che il sottoinsieme dei numeri pari e il sottoinsieme dei numeri dispari costituiscono una partizione dell'insieme dei numeri della tombola? Perché?

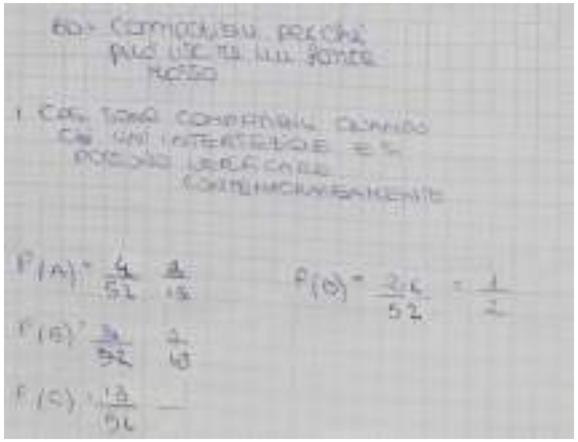
un esempio di svolgimento della verifica (1) eseguita in classe dagli studenti: prima parte



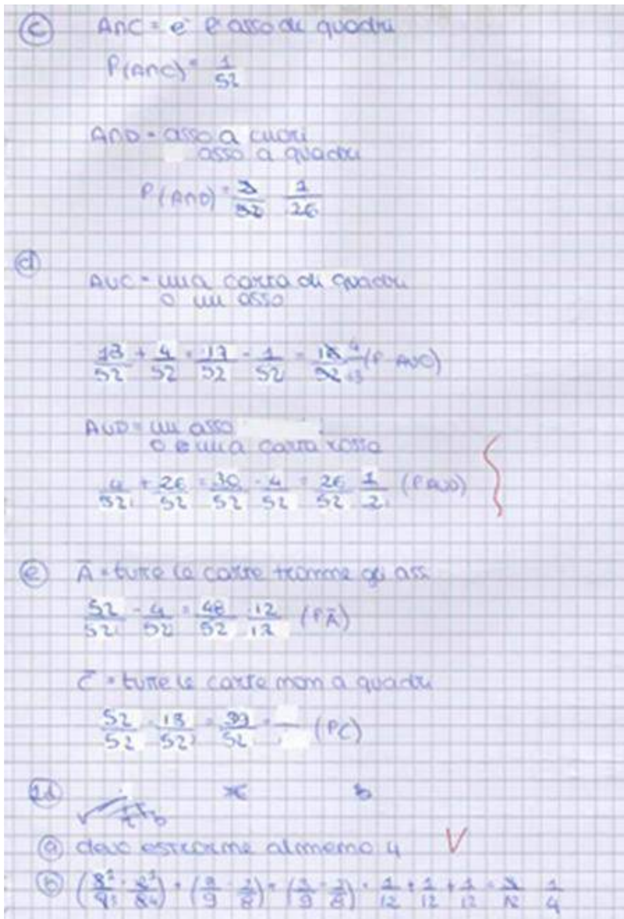


un esempio di svolgimento della verifica (1) eseguita in classe dagli studenti: seconda parte





un esempio di svolgimento della verifica (1) eseguita in classe dagli studenti: terza parte



(c) $A \cap C$ = è l'asso di quadri

$P(A \cap C) = \frac{1}{52}$

$A \cap D$ = asso a cuori
asso a quadri

$P(A \cap D) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

(d)

$A \cup C$ = una carta di quadri
o un asso

$\frac{13}{52} + \frac{4}{52} = \frac{17}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} \frac{4}{13}$ $(P\ A \cup C)$

$A \cup D$ = un asso
o è una carta rossa

$\frac{4}{52} + \frac{26}{52} = \frac{30}{52} - \frac{4}{52} = \frac{26}{52} \frac{1}{2}$ $(P\ A \cup D)$

(e) $\bar{A}$ = tutte le carte tranne gli assi

$\frac{52}{52} - \frac{4}{52} = \frac{48}{52} \frac{12}{13}$ $(P\bar{A})$

$\bar{C}$ = tutte le carte non a quadri

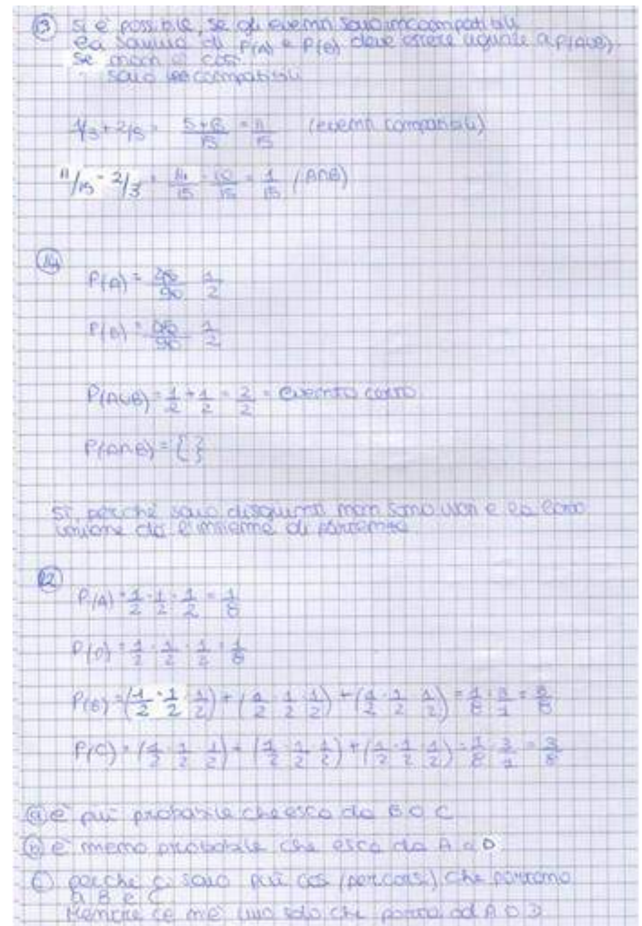
$\frac{52}{52} - \frac{13}{52} = \frac{39}{52} =$ — $(P\bar{C})$

(11)

(a) dove escono almeno 4

V

(b) $\left(\frac{8^2}{9!} \cdot \frac{8^3}{84}\right) + \left(\frac{8}{9} \cdot \frac{1}{8}\right) = \left(\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{8}\right) = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} \frac{1}{4}$



(13) Si è possibile, se gli eventi sono incompatibili
la somma di $P(A)$ e $P(B)$ deve essere uguale a $P(A \cup B)$.
Se non è così
sono compatibili

$1/3 + 2/15 = \frac{5+6}{15} = \frac{11}{15}$ (eventi compatibili)

$11/15 - 2/3 = \frac{11}{15} - \frac{10}{15} = \frac{1}{15}$ $(A \cap B)$

(14)

$P(A) = \frac{45}{90} \frac{1}{2}$

$P(B) = \frac{45}{90} \frac{1}{2}$

$P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2}$ = evento certo

$P(A \cap B) = \{\ \}$

Si, perché sono disgiunti non sono vuoti e la loro unione dà l'insieme di partenza

(12)

$P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

$P(D) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

$P(B) = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{8}$

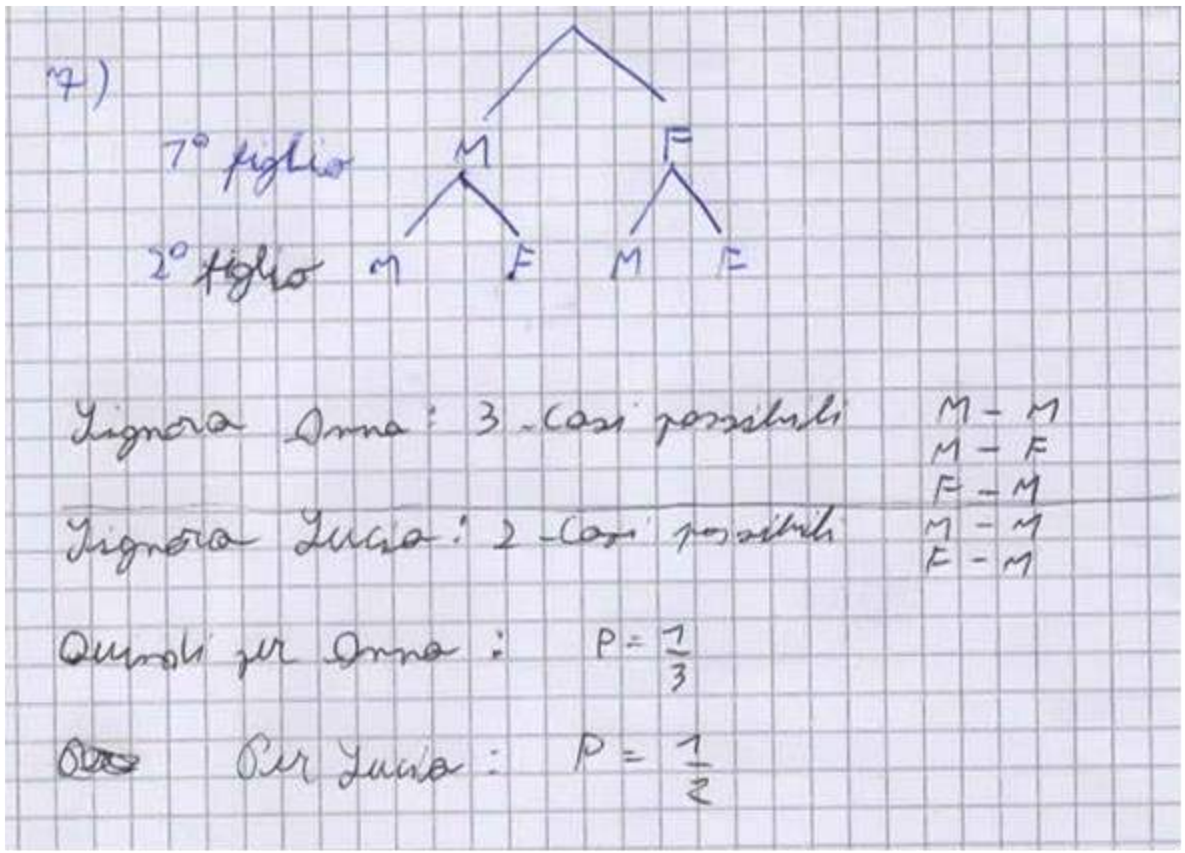
$P(C) = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{8}$

(a) è più probabile che esca da B o C

(b) è meno probabile che esca da A o D

(c) perché ci sono più casi (percorsi) che portano a B e C
mentre ce n'è uno solo che porta ad A o D

un esempio di svolgimento del problema n.7 della verifica (1) eseguita in classe dagli studenti: soluzione corretta


7)

1° figlio M F

2° figlio M F M F

Signora Anna: 3 casi possibili

M – M
M – F
F – M

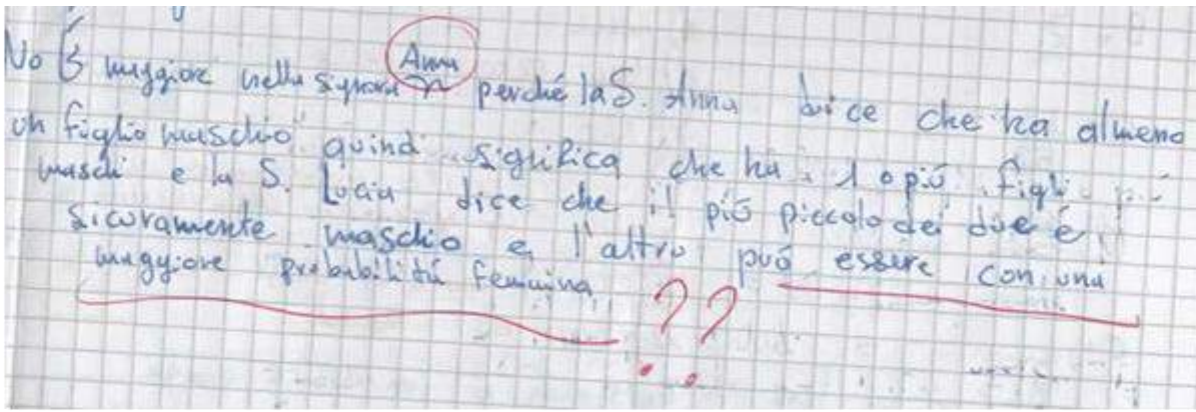
Signora Lucia: 2 casi possibili

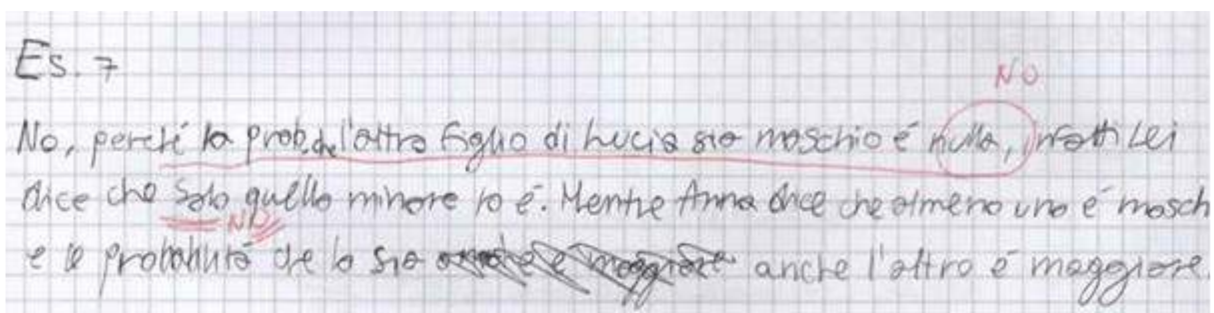
M – M
F – M

Quindi per Anna: $P = \frac{1}{3}$

Per Lucia: $P = \frac{1}{2}$

due esempi di svolgimento del problema n.7 della verifica (1) eseguita in classe dagli studenti: soluzioni non corrette


Anna
No è maggiore nella signora perché la S. Anna dice che ha almeno un figlio maschio quindi significa che ha 1 o più figli maschi e la S. Lucia dice che il più piccolo dei due è sicuramente maschio e l'altro può essere con una maggiore probabilità femmina
??


Es. 7
NO
No, perché la prob. che l'altro figlio di Lucia sia maschio è nulla, infatti lei dice che solo quello minore lo è. Mentre Anna dice che almeno uno è masch
NO
e la probabilità che la sua anche l'altro è maggiore.

verifica (2) eseguita in classe dagli studenti

1. In una classe 1/6 degli alunni va a scuola a piedi, 1/4 in motorino e 3/8 in bicicletta; i rimanenti vanno a scuola in autobus. Qual è la frazione che rappresenta gli studenti che vanno a scuola in autobus? Se gli studenti che vanno a scuola in autobus sono 5, da quanti studenti è formata la classe?

2. Un paio di pantaloni, il cui prezzo è di 60 euro, subisce prima un rialzo del 10% e poi uno sconto del 10%.
   a) Quale sarà il prezzo dei pantaloni dopo il rialzo e lo sconto?
   b) Di quale percentuale è variato il prezzo dei pantaloni dopo il rialzo e lo sconto rispetto al prezzo originario?
   c) Se il prezzo dei pantaloni avesse subito prima uno sconto del 10% e poi un rialzo del 10% sarebbe cambiato qualcosa nei risultati?

3. Dividi il prodotto tra il cubo di $(1/2)^4$ e il quadrato di $(1/2)^3$ per il quadrato di $(1/2)^7$. Aggiungi al risultato il cubo di (1/2) quindi dividi la somma ottenuta per (3/4).

4. Risolvere applicando, se possibile, le proprietà delle potenze:

   a) $\left[\dfrac{\left(2^4\right)^3}{2^7\cdot\left(2^4\right)^2}\right]^{-1}+\left(\dfrac{4}{3}\right)^2\cdot\left[\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}\right]^2$

   b) $\left\{1-\left(\dfrac{3}{2}\right)^7\div\left[\left(-\dfrac{3}{2}\right)^3\cdot\left(-\dfrac{3}{2}\right)^5\right]+\left[3^9\div\left(3^4\right)^2\right]^{-1}\right\}^{-2}.$

5. A una cena fra medici partecipano 3 chirurghi, 2 pediatri e 4 internisti. Il cameriere sceglie a caso uno dei medici e ipotizza che sia un chirurgo. Qual è la probabilità che si sbagli?

6. Un fiorista mette in svendita 200 fiori, in parte rose e in parte tulipani. Sia le rose sia i tulipani sono di 2 tipi: o di colore rosso o di colore giallo. Il 60% dei fiori in offerta sono rossi e il 35% sono tulipani. Inoltre, le rose rosse sono 70. Scegliendo a caso un fiore tra quelli in svendita qual è la probabilità:
   a) che sia giallo;
   b) che sia una rosa;
   c) che sia un tulipano rosso;
   d) che sia una rosa gialla.

7. Due gabbiani bianchi e otto gabbiani grigi volano su un fiume. All'improvviso atterrano su una delle sponde, disponendosi in linea retta in ordine casuale. Qual è la probabilità che i due gabbiani bianchi si trovino uno accanto all'altro?

8. La percentuale di femmine che nascono nei parti gemellari è del 48,5%. Supponendo che nei parti gemellari la probabilità che i due nati siano di sesso differente sia del 33%, qual è la probabilità che in un parto gemellare nascano due femmine?

9. Si sa che su una popolazione di 10000 individui il 10% è affetto da una malattia, mentre il 90% è sano. Il test che diagnostica la presenza della malattia è affidabile solo parzialmente: nel 5% dei casi rileva la malattia su un individuo sano e nell' 1% dei casi non rileva la malattia su un individuo malato.

a) Qual è la probabilità che l'esito del test sia corretto per una persona scelta a caso da quella popolazione?
b) Qual è la probabilità che un individuo, preso a caso tra tutti quelli che hanno avuto un esito corretto al test sia sano?

un esempio di svolgimento della verifica (2) eseguita in classe dagli studenti: prima parte

esercizio 1

a) $1-\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right)=$

$1-\left(\frac{4+6+9}{24}\right)=$

$1-\frac{19}{24}=\frac{5}{24}$ vanno a scuola in autobus

b) se gli studenti che vanno a scuola in autobus sono 5 la classe è formata da 24 studenti.

5 → chi prende l'autobus

24 → totale studenti

esercizio 2

a) $x:60=10:100$

$x=\frac{60\cdot 10}{100}=6$ euro rialzo

$60+6=66$ euro prezzo dopo il rialzo

$x:66=10:100$

$x=\frac{66\cdot 10}{100}=6{,}6$ euro sconto

$66-6{,}60=59{,}40$ euro prezzo dopo lo sconto

b) $59{,}40:60=x:100$

$x=\frac{59{,}40\cdot 100}{60}=99\%$

$100\%-99\%=1\%$ percentuale di diminuzione del prezzo iniziale dopo il rialzo e lo sconto.

c) No, perché se sconto un pantaloni del 10% il ~~risultato~~ prezzo sarà 54 euro, rialzato del 10% farà sempre 59,4.

Lo sconto sarebbe, però, stato maggiore e il rialzo minore.

esercizio 3

$\left\{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^4\right]^3\cdot\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2:\left[\left(\frac{1}{2}\right)^7\right]^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3\right\}:\frac{3}{4}=$

$\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^{12}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6:\left(\frac{1}{2}\right)^{14}+\left(\frac{1}{2}\right)^3\right\}\cdot\frac{4}{3}=$

$\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^4+\left(\frac{1}{2}\right)^3\right\}\cdot\frac{4}{3}=$

$\left\{\frac{1+2}{16}\right\}\cdot\frac{4}{3}=$

$\frac{\cancel{3}}{\cancel{16}_4}\cdot\frac{\cancel{4}}{\cancel{3}}=\frac{1}{4}$

esercizio 4

a $\left[\frac{(2^4)^3}{2^7\cdot(2^4)^2}\right]^{-1}+\left(\frac{4}{3}\right)^2\cdot\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\right]^2=$

$\left[\frac{2^{12}}{2^{15}}\right]^{-1}+\left(\frac{4}{3}\right)^2\cdot\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2+2\right]^2=$

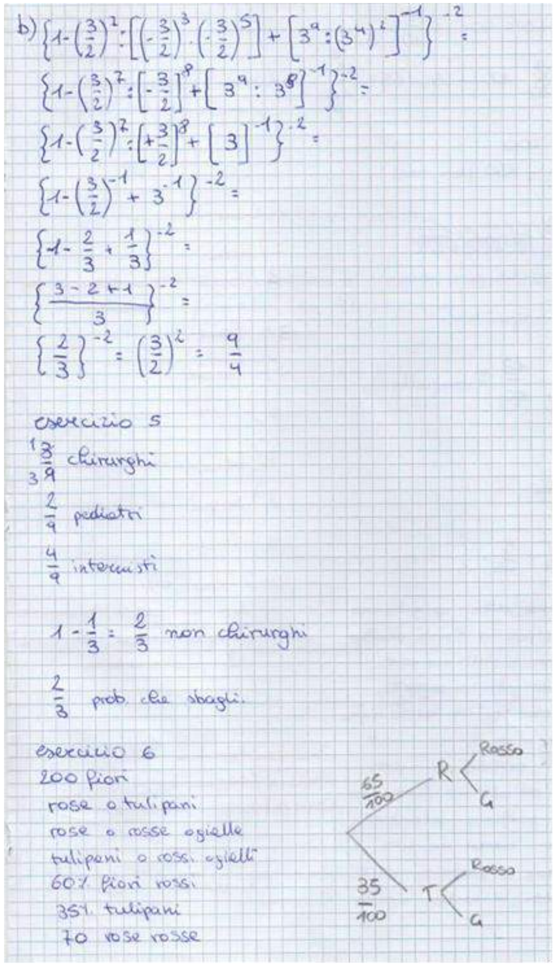
$\left[2^{-3}\right]^{-1}+\left(\frac{4}{3}\right)^2\cdot\left[\frac{1+8}{4}\right]^2=$

$2^3+\left(\frac{4}{3}\right)^2\cdot\left[\frac{9^3}{4}\right]^2=$

$2^3+3^2=35$

17

un esempio di svolgimento della verifica (2) eseguita in classe dagli studenti: seconda parte



b) $\left\{1-\left(\frac{3}{2}\right)^2 : \left[\left(-\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^5\right] + \left[3^9 : (3^4)^2\right]^{-1}\right\}^{-2} =$

$\left\{1-\left(\frac{3}{2}\right)^2 : \left[-\frac{3}{2}\right]^8 + \left[3^9 : 3^8\right]^{-1}\right\}^{-2} =$

$\left\{1-\left(\frac{3}{2}\right)^2 : \left[+\frac{3}{2}\right]^8 + \left[3\right]^{-1}\right\}^{-2} =$

$\left\{1-\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + 3^{-1}\right\}^{-2} =$

$\left\{1-\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right\}^{-2} =$

$\left\{\frac{3-2+1}{3}\right\}^{-2} =$

$\left\{\frac{2}{3}\right\}^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

esercizio 5

$\frac{3}{9}$ ($\frac{1}{3}$) chirurghi

$\frac{2}{9}$ pediatri

$\frac{4}{9}$ internisti

$1-\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ non chirurghi

$\frac{2}{3}$ prob. che sbagli.

esercizio 6

200 fiori

rose o tulipani

rose o rosse o gialle

tulipani o rossi o gialli

60% fiori rossi

35% tulipani

70 rose rosse

65/100 R: Rosso, G

35/100 T: Rosso, G

a) P gialle: 100% − 60% = 40% = $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

b) P rosso ... 100% − 35% = 65% = $\frac{65}{100}$

c) $60 : 100 = x : 200$

$x = \frac{60 \cdot 200}{100} = 120$ fiori rossi

$120 - 70 = 50$ tulipani rossi

d) $\frac{50}{200} = \frac{5}{20}$ P tulipani rossi

e) $\frac{65}{100} \cdot \frac{40}{100} = \frac{13}{50}$ P rose gialle

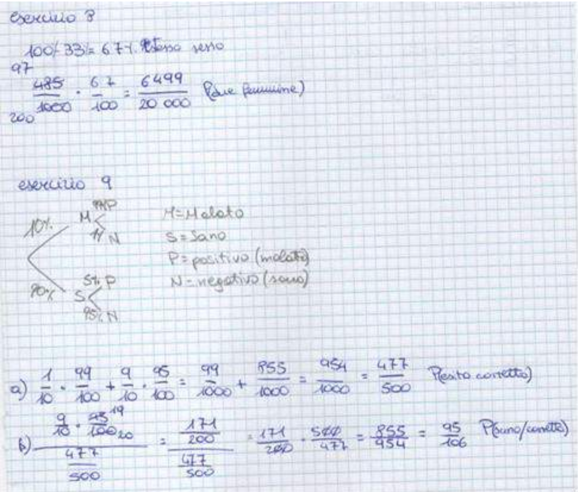
esercizio 7

2 gatti bianchi

8 gatti grigi

$\frac{8}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{9}{45} \cdot \frac{1}{5}$

[illegible]



esercizio 8

100% − 33% = 67% P sesso ...

$\frac{485}{1000}$ ($\frac{97}{200}$) $\cdot \frac{67}{100} = \frac{6499}{20\,000}$ P(due femmine)

esercizio 9

10% M: 99% P, 1% N

90% S: 5% P, 95% N

M = Malato

S = Sano

P = positivo (malato)

N = negativo (sano)

a) $\frac{1}{10} \cdot \frac{99}{100} + \frac{9}{10} \cdot \frac{95}{100} = \frac{99}{1000} + \frac{855}{1000} = \frac{954}{1000} = \frac{477}{500}$ P(esito corretto)

b) $\frac{\frac{9}{10} \cdot \frac{95}{100}}{\frac{477}{500}} = \frac{\frac{171}{200}}{\frac{477}{500}} = \frac{171}{200} \cdot \frac{500}{477} = \frac{855}{954} = \frac{95}{106}$ P(sano/corretto)

risultati ottenuti

- Tutti gli studenti sono in grado di analizzare le caratteristiche degli eventi proposti e risolvere correttamente esercizi di calcolo delle probabilità anche utilizzando varie modalità grafiche almeno relativamente agli obiettivi minimi.

- Tutti gli studenti hanno assimilato in modo corretto il concetto di frazione e applicato correttamente le varie proprietà nelle operazioni proposte almeno relativamente agli obiettivi minimi.

- Tutti gli studenti hanno assimilato correttamente il concetto di insieme e sanno applicare correttamente le varie operazioni almeno relativamente agli obiettivi minimi.

Nessuno studente ha avuto il giudizio sospeso in matematica alla fine dell’anno scolastico.

valutazione dell’efficacia del percorso didattico sperimentato

- L’attività svolta ha permesso agli studenti di riprendere concetti già noti delle operazioni in Q e di quelle tra insiemi inserendole in un contesto nuovo come quello del calcolo delle probabilità che ha coinvolto gli studenti avvicinandoli ad una parte della matematica che, insolitamente per loro, si occupa del caso anziché delle certezze.
- Gli studenti hanno spesso sperimentato in prima persona le situazioni proposte il che ha permesso loro di apprendere in modo giocoso e, trattandosi di una classe prima, questo ha aiutato il consolidamento del “gruppo classe”.
- Questo tipo di approccio ha ottimizzando i tempi di lavoro permettendo di anticipare alla prima classe il calcolo delle probabilità e di farlo nei tempi che solitamente vengono comunque dedicati al ripasso del calcolo numerico in Q e degli insiemi.
- Costante attenzione è stata data alla contestualizzazione e alla esposizione verbale dei concetti affrontati.
- L’attività svolta ha anche permesso di rafforzare le competenze degli studenti nella "*peer education*" tramite lavori di gruppo.